

MODELACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES RAYLEIGH Y EXPONENCIAL EN MATLAB PARA APLICACIONES DE RADAR

José Raúl Machado Fernández ¹

¹Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba,
josemf@electrica.cujae.edu.cu

RESUMEN

El *clutter* es una señal interferente que aparece en los sistemas de radar. Dos de las distribuciones probabilísticas tradicionales de *clutter*, la Rayleigh y la Exponencial, fueron modeladas en MATLAB. La implementación permite, además del fácil procesamiento de ambas distribuciones, el acceso a una tercera denominada K, la cual es reconocida como el mejor modelo para *clutter* marino. La implementación brinda un acceso fácil a la manipulación de las funciones de distribución de probabilidad, funciones generadoras, momentos, algoritmos de bondad de ajuste y estimación de parámetros Rayleigh y Exponencial. Expresiones matemáticas y notaciones de funciones informáticas fueron definidas para contribuir a la unificación de los estudios de *clutter* de radar. La solución es un aporte para el desarrollo de nuevos esquemas por parte del ISPJAE y contribuye a la conformación de la librería MATE-CFAR 2.

PALABRAS CLAVES: Distribución Rayleigh, Distribución Exponencial, *Clutter* de Radar, Función de Densidad de Probabilidad, Estimación de Parámetros de Distribuciones

ABSTRACT

The clutter is an interfering signal that appears in radar systems. Two of the traditional probability distributions used for clutter, Rayleigh and Exponential, were simulated in MATLAB. The implementation allows, besides the easy treatment of both distributions, an access to the modeling of a third-one known as K, which is acknowledged as the best model for sea clutter. The implementation provides an easy access to the handling of probability distribution functions, generating functions, moments, goodness of fit algorithms and parameter estimation techniques for the Rayleigh and Exponential distributions. Mathematical expressions and notations for computer functions were defined as a contribution to the unification of radar clutter studies. The solution constitutes a positive step towards the development of new schemes by the ISPJAE and contributes to the realization of the MATE-CFAR 2 library.

KEY WORDS: Rayleigh Distribution, Exponential Distribution, Radar Clutter, Probability Density Function, Distribution Parameter Estimation.

INTRODUCCIÓN

Los sistemas de radar utilizados para la vigilancia de la superficie oceánica están afectados por el *clutter* marino que interfiere con los ecos recibidos de los blancos de interés [1]. Estos son comúnmente barcos, aviones que vuelan a baja altura o icebergs.

El diseño de procesadores que puedan discriminar con efectividad entre blancos pequeños y la señal de fondo requiere de un buen entendimiento de la naturaleza y características del *clutter*. La teoría actual es insuficiente para describir completamente el *clutter* y permitir así una discriminación satisfactoria bajo la mayoría de las condiciones de operación. Por tanto, el requerimiento de detectar pequeños blancos en condiciones de *clutter* moderado o fuerte aún se presenta como un reto importante para los diseñadores de radar [2, 3].

Un factor fundamental en la discriminación de la señal de fondo y en la simulación de las respuestas de los procesadores de radar es la modelación del *clutter*. Múltiples han sido las distribuciones de probabilidad sugeridas en diversas publicaciones para esta tarea. Entre ellas las distribuciones Weibull [4] y Log-Normal [5] están entre las más populares.

De manera particular, la distribución K es ampliamente aceptada como el mejor modelo de *clutter* marino [6]. La modelación de este tipo de *clutter* es diferente cuando se está en presencia de señales de amplitud o de potencia, según fue descrito en [7].

Ambas alternativas utilizan una distribución para modelar la capilaridad y otra para la textura del rebote obtenido de la superficie del mar. La diferencia radica en que cuando se consideran mediciones de potencia, como en [8], se usan las distribuciones Exponencial y Gamma; mientras que cuando se asumen mediciones de amplitud, como en [9, 10], se emplean los modelos Rayleigh y Root-Gamma.

La implementación de la Distribución Gamma en MATLAB fue previamente abordada en [11]. Afortunadamente, la modelación de la distribución Root-Gamma es fácilmente deducible a partir de la Gamma. No pasa lo mismo con los modelos Rayleigh y Exponencial.

Por tanto, el autor del presente artículo se propuso como objetivo modelar en MATLAB las distribuciones Rayleigh y Exponencial. Con ello se completaría el cuarteto de distribuciones necesarias para lograr la representación cabal de la distribución K. Adicionalmente, las distribuciones Rayleigh y Exponencial son útiles de manera individual en la representación de ciertas situaciones simples del estado del *clutter*. Soluciones desarrolladas para *clutter* Rayleigh pueden encontrarse en [12, 13] y para *clutter* Exponencial en [14].

Precisando el objetivo de este estudio, se implementarán en MATLAB las funciones necesarias para simular la PDF (*Probability Density Function*, Función de Densidad de Probabilidad), la CDF (*Cumulative Density Function*, Función de Densidad Acumulativa), momentos, función generadora y estimación de parámetros Rayleigh y Exponencial. Los resultados obtenidos serán validados por comparación con curvas suministradas por otros autores y mediante la interacción de las propias funciones implementadas.

El artículo se desarrolla como sigue. La sección dos denominada “Materiales y Métodos” presenta las expresiones necesarias para la modelación de las distribuciones Rayleigh y Exponencial y luego describe las funciones informáticas que fueron implementadas. La sección tres bajo el nombre de “Resultados” ofrece evidencia del funcionamiento de lo implementado realizando las validaciones necesarias. Posteriormente en “Discusión” se abordan los aportes de la contribución presente en el marco de las investigaciones actuales. Finalmente, el acápite “Conclusiones y Trabajo Futuro” cierra el artículo resumiendo los puntos fundamentales del aporte del documento y desplegando las perspectivas futuras de desarrollo.

MATERIALES Y MÉTODOS

La sección “Materiales y Métodos” presentará primeramente la teoría fundamental detrás de las distribuciones Rayleigh y Exponencial. Luego se discutirán las funciones implementadas en MATLAB para la modelación de dichas distribuciones.

DISTRIBUCIÓN RAYLEIGH

El PDF de la distribución Rayleigh puede tomarse de [7] donde se usó:

$$f_X(x) = \frac{x}{\alpha^2} \exp\left[-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right] \quad (1)$$

Siendo x el valor de la amplitud, y α el parámetro de escala y único de la distribución. Definiciones similares fueron usadas en [15-18]. El CDF y Momentos Rayleigh son [19]:

$$F_X(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right] \quad (2)$$

$$E(x) = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad V(x) = \alpha^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right), \quad \mu_3 = \frac{2\sqrt{\pi}(\pi - 3)}{(4 - \pi)^{3/2}}, \quad \mu_4 = \frac{6\pi(4 - \pi) - 16}{(\pi - 4)^2} \quad (3)$$

Donde $E(x)$ es la media, $V(x)$ es la varianza, μ_3 es el tercer momento y μ_4 es el cuarto.

La generación de una variable Rayleigh puede hacerse por el método de inversión según [20]:

$$F^{-1}(u) = \sqrt{-2\alpha^2 \ln(1 - u)} \quad (4)$$

Donde u es una variable distribuida uniformemente en el intervalo entre 0 y 1.

La estimación del único parámetro de la distribución puede hacerse por el método de Máxima Verosimilitud (*Maximum Likelihood*) como se explica en [20]:

$$\tilde{\alpha} = \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \quad (5)$$

Donde $\tilde{\alpha}$ es la estimación del parámetro, n es el número de muestras consideradas y x_i es la muestra número i del conjunto.

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

El PDF de una distribución Exponencial puede encontrarse en [7], donde se usó:

$$f_X(x) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

Expresiones similares fueron usadas en [18, 21]. En cambio, los autores de [22, 23] usan un parámetro inverso con relación al empleado en (6).

El CDF y los momentos pueden obtenerse de [19, 20]:

$$F_X(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

$$E(x) = 2\sigma^2, \quad V(x) = 4\sigma^4, \quad \mu_3 = 2, \quad \mu_4 = 9 \quad (8)$$

La generación de una variable Exponencial puede ser resuelta por el método de inversión, similar a los ofrecido en [20]:

$$F^{-1}(u) = \ln(1 - u)(-2\sigma^2) \quad (9)$$

Por último, la estimación del parámetro σ es fácil, partiendo de la expresión del primer momento dada en (8):

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{E(x)}{2}} \quad (10)$$

FUNCIONES IMPLEMENTADAS EN MATLAB

La tabla 1 muestra las funciones que fueron implementadas en MATLAB para la modelación de las distribuciones Rayleigh y Exponencial. Cada una de ellas es comentada un poco más adelante. Nótese que las funciones anteceditas por *ray_* corresponden al modelo Rayleigh y las precedidas por *exp_* corresponden al modelo Exponencial. En lo adelante cuando se haga referencia a una función sin especificar el atributo *ray_* o *exp_* debe asumirse que se hace referencia a ambas alternativas (por ejemplo *_chi_squared* hace referencia tanto a *ray_chi_squared* como a *exp_chi_squared*).

Tabla 1. Funciones de modelación Rayleigh y Exponencial implementadas en MATLAB.

Funciones	Objetivo
<i>ray_pdf exp_pdf</i>	Mostrar PDF
<i>ray_cdf exp_cdf</i>	Mostrar CDF
<i>ray_gen exp_gen</i>	Generar muestras
<i>ray_gen_plot exp_gen_plot</i>	Generar y graficar muestras
<i>ray_gen_hist exp_gen_hist</i>	Generar muestras y organizarlas en un histograma
<i>ray_gen_compare exp_gen_compare</i>	Comparar el histograma con la curva PDF teórica
<i>ray_residual exp_residual</i>	Calcular el residuo de muestras a partir de PDF teórica
<i>ray_chi_squared exp_chi_squared</i>	Realizar la prueba Chi-Squared de bondad de ajuste
<i>ray_ideal_moments exp_ideal_moments</i>	Calcular los momentos ideales
<i>ray_real_moments exp_real_moments</i>	Calcular los momentos reales
<i>ray_estim_par exp_estim_par</i>	Estimar los parámetros a partir de muestras
<i>ray_gen_sets exp_gen_sets</i>	Genera varios conjuntos

Las funciones *_pdf* y *_cdf* permiten graficar el PDF y CDF Rayleigh y Exponencial para cualquier valor de los parámetros. La función *_gen* genera muestras usando el método de inversión de acuerdo a (4) y (7). La función *_gen_plot* utiliza *_gen* para generar muestras y luego grafica el resultado en una serie de tiempo. Algo parecido hace *_gen_hist* que organiza las muestras en un histograma, ofreciéndose así otra forma de visualización. Conjuntamente, *_gen_compare* genera muestras y grafica una comparación del histograma y la función PDF teórica. Esta última función es quizás la más ilustrativa de las tres en cuanto a la correspondencia de los datos al modelo.

El código colocado en *_residual* permite calcular los residuos del PDF obtenido a partir de muestras generadas con respecto al PDF ideal. También se grafica este residuo, en lo que constituye un medidor básico de la desviación por el uso de un conjunto finito de muestras. Una alternativa a esta medición es *_chi_squared* que realiza una prueba de ajuste muy conocida y que es detallada en [24].

La función *_ideal_moments* calcula los momentos teóricos exactos de los dos primeros órdenes de acuerdo a (3) y (8). Por su parte, *_real_moments* estima los momentos a partir de un conjunto finito de muestras. La comparación entre los resultados de esta función y la anterior, revela la distorsión en los momentos por el uso de un conjunto finito de muestras.

La función *_estim_par*, implementa las expresiones (5) y (10) para estimar los parámetros α y σ de las distribuciones Rayleigh y Exponencial respectivamente. Esta función permite apreciar la convergencia de la estimación con respecto al aumento del tamaño muestral.

Por último, la función *_gen_sets* permite generar varios conjuntos en una matriz bidimensional que almacena un conjunto en cada columna. La lógica implementada no utiliza ningún algoritmo nuevo; se limita a llamar en múltiples ocasiones a *_gen* para lograr una generación fácil de múltiples conjuntos. La conformación de este tipo de conjuntos es deseada cuando se entrenan clasificadores basados en redes neuronales como los desarrollados previamente por el ISPJAE (Instituto Superior José Antonio Echeverría) en [25-27].

RESULTADOS

La presente sección se dedica a mostrar los resultados que se obtienen con las funciones de la tabla 1. Los gráficos son proporcionados en cada caso, junto a una breve argumentación de los parámetros de entrada de las funciones. El autor comprobó la correcta implementación de las funciones de PDF y CDF por comparación con ilustraciones ofrecidas con otros autores. Posteriormente, el resto de las funciones quedan validas mediante la interacción con las funciones de PDF y CDF.

CURVAS DE PDF Y CDF

Las funciones *ray_pdf* y *exp_pdf* permiten graficar el PDF Rayleigh y Exponencial respectivamente. En la figura 1 se observa el efecto del cambio de los parámetros en el trazo de la curva, desplegando trazos construidos con *ray_pdf* y *exp_pdf*. A la izquierda se observa la consecuencia del aumento del parámetro α Rayleigh y a la derecha lo mismo para el parámetro σ Exponencial.

Las curvas de la figura 1 fueron comparadas satisfactoriamente con aquellas dadas en [20] para una configuración semejante de los parámetros. Con ello se pudo comprobar la correcta implementación de la función de PDF. Lo mismo se hizo con las curvas de CDF creadas con la función *ray_cdf* y *exp_cdf* que se muestran en la figura 2.

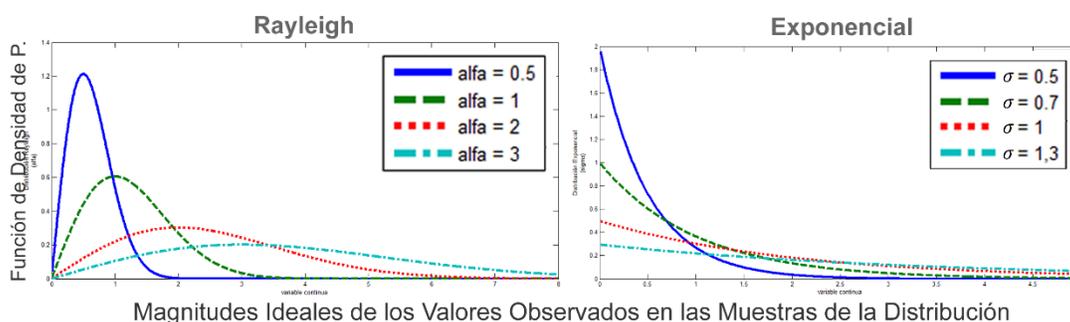


Figura 1: Efecto de la variación de los parámetros Rayleigh y Exponencial en la curva PDF.

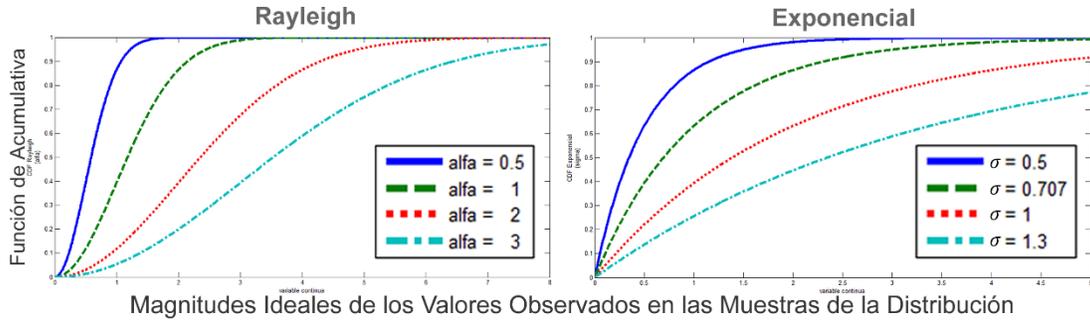


Figura 2: Efecto de la variación de los parámetros Rayleigh y Exponencial en la curva CDF.

Nótese que el trazo CDF arriba a la parte superior de la gráfica cuando el CDF llega a la parte inferior. En sentido general, el hecho de que la Rayleigh y la Exponencial sean uniparamétricas limita su uso en diversos campos de la ingeniería. La existencia de un único parámetro reduce la posibilidad de las distribuciones a adaptarse a escenarios con variaciones complejas, a la vez que sugiere el uso de los modelos para simulaciones exploratorias simples.

Las cuatro funciones presentadas en el apartado toman dos variables de entrada. La primera contiene los puntos del eje de las abscisas donde se desea desplegar el gráfico. La segunda el valor del parámetro de la distribución.

GENERACIÓN DE MUESTRAS GAMMA

Se crearon cuatro funciones asociadas a la generación de muestras Rayleigh y otras cuatro para las muestras Exponenciales. Con *ray_gen* y *exp_gen* se generan muestras Rayleigh y Exponenciales respectivamente en una matriz columna de salida. Las alternativas *ray_gen_plot* y *exp_gen_plot* grafican los resultados en una secuencia de valores, según se puede observar en la figura 3.

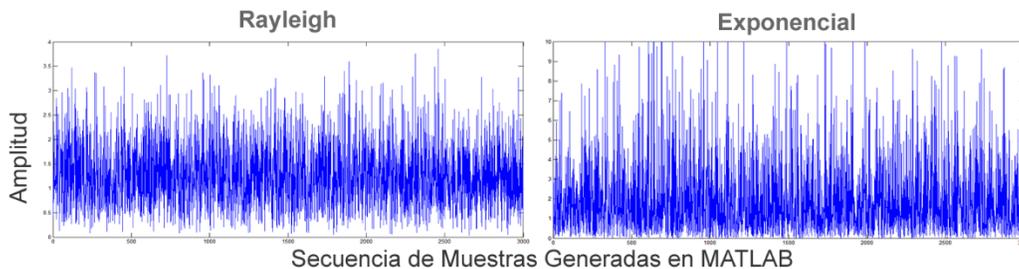


Figura 3: Secuencia de 3000 muestras con distribuidas en Rayleigh y Exponencial.

Aunque es una representación fiel, la figura 3 no permite comprobar si las muestras generadas siguen las distribuciones tratadas. Gracias a las funciones *ray_gen_hist* y *exp_gen_hist*, las muestras generadas pueden agruparse en histogramas, lo que permite una comprobación visual de la correspondencia con PDF teórico de la distribución. La figura 4 presenta dos histogramas generados para Rayleigh y Exponencial.

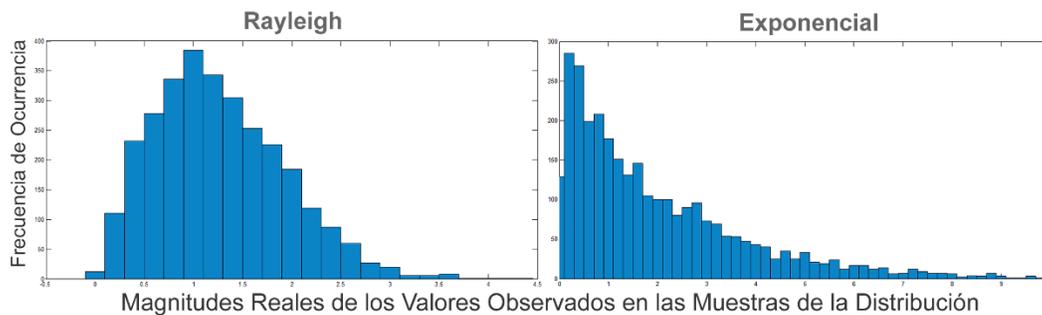


Figura 4: Histogramas generados a partir de conjuntos Rayleigh y Exponencial.

Nótese que a la derecha se utilizó un tamaño inferior para las barras desplegadas. Ambos gráficos se corresponden a la generación de 1000 para los parámetros $\alpha = 1$ a la izquierda y $\sigma = 1$ a la derecha.

El siguiente par de funciones, *ray_gen_compare* y *exp_gen_compare*, incluyen en un mismo gráfico los trazos del histograma y de la curva teórica. La figura 5 revela la proximidad entre agrupaciones formadas a partir de 1000 muestras Rayleigh y 1000 muestras Exponenciales a los PDFs teóricos.

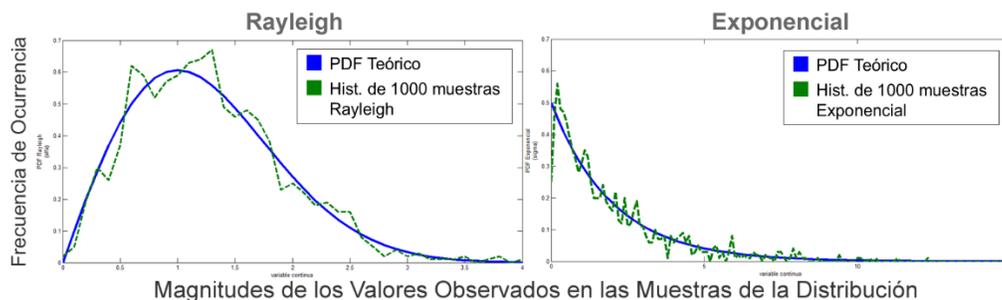


Figura 5: Histogramas generados a partir de conjuntos finitos Rayleigh y Exponencial.

Las nuevas variables de entrada empleadas en las funciones del presente apartado son: la cantidad de muestras a utilizar para conformar los conjuntos y posteriormente los histogramas, el límite en el eje de las abscisas, y la longitud de las barras del histograma.

AJUSTE DE LAS MUESTRAS AL MODELO

Las siguientes cuatro funciones implementan mecanismos clásicos de medición del ajuste de las muestras al modelo. Primeramente, *ray_residuals* y *exp_residuals* miden la diferencia entre el PDF teórico y el histograma recorriendo las curvas con la longitud del paso solicitada. La figura 6 ofrece dos gráficos de residuos de conjuntos de 1000 muestras Rayleigh (a la izquierda) y Exponencial (a la derecha). Como puede observarse, los errores cometidos por la aproximación del histograma se distribuyen tanto en valores positivos como en negativos.

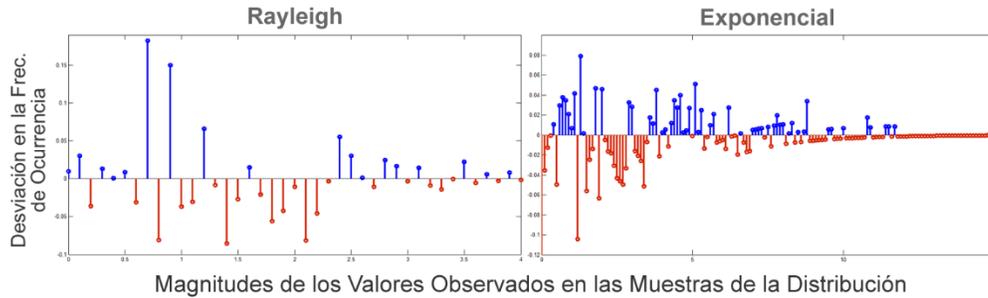


Figura 6: Medición de los residuos de histogramas con respecto al PDF.

Como puede apreciarse, el gráfico Exponencial fue generado con una mayor frecuencia que el Rayleigh. Esto es permitido por las funciones implementadas.

El otro mecanismo de medición del ajuste es del tipo numérico. Esto quiere decir que sintetiza el resultado en un único valor que indica si las muestras pertenecen al modelo tratado. Las funciones *ray_chi_squared* y *exp_chi_squared* aplican la prueba de ajuste Chi-Cuadrado que devuelve un valor p . Si el valor está por debajo de 0.05 se considera que las muestras no pertenecen a la distribución. Para probar el apropiado funcionamiento de las dos funciones, se procesaron con ellas 100 conjuntos de 1000 muestras Rayleigh y la misma cantidad para el caso Exponencial. Con ello se obtuvo la figura 7, donde se observa que el tamaño muestral seleccionado no basta para garantizar que los conjuntos generados pertenezcan a la distribución. En varias ocasiones la prueba Chi-Cuadrado rechaza la hipótesis de pertenencia, brindando un valor por debajo de 0.05.

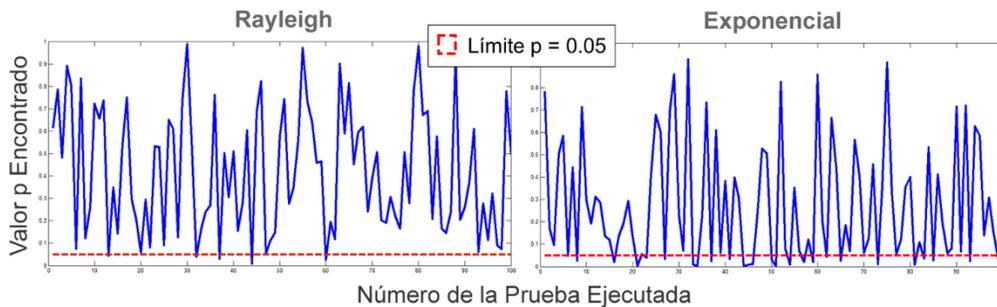


Figura 7: Valores p obtenidos luego de probar 200 conjuntos de 1000 muestras cada uno.

Las funciones tratadas utilizan tres variables de entrada que no han sido descritas en apartados anteriores. Para *_residuals* es necesario introducir los valores teóricos y empíricos, obtenidos de la simulación de un conjunto finito de muestras, de las curvas de PDF. Para *_chi_squared* se usa una variable que contiene la cantidad de pruebas a realizar relativas a la pertenencia de las muestras a la distribución. Por ejemplo, en la figura 7 se realizaron 100 pruebas que resultaron en 100 valores p para cada gráfica.

MOMENTOS Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Los últimos tres pares de funciones están dedicados al trabajo con los momentos de la distribución y a la estimación de parámetros. La variante *_ideal_moments* permite obtener los momentos teóricos (o

ideales) mientras que *_real_moments* brinda los momentos reales calculados a partir de conjunto con una cantidad finita de muestras. Usando estas funciones se creó la figura 8 que revela la desviación de la media y la varianza con respecto a los valores teóricos de conjuntos de 1000 muestras para los casos Rayleigh y Exponencial con parámetro de escala igual a la unidad.

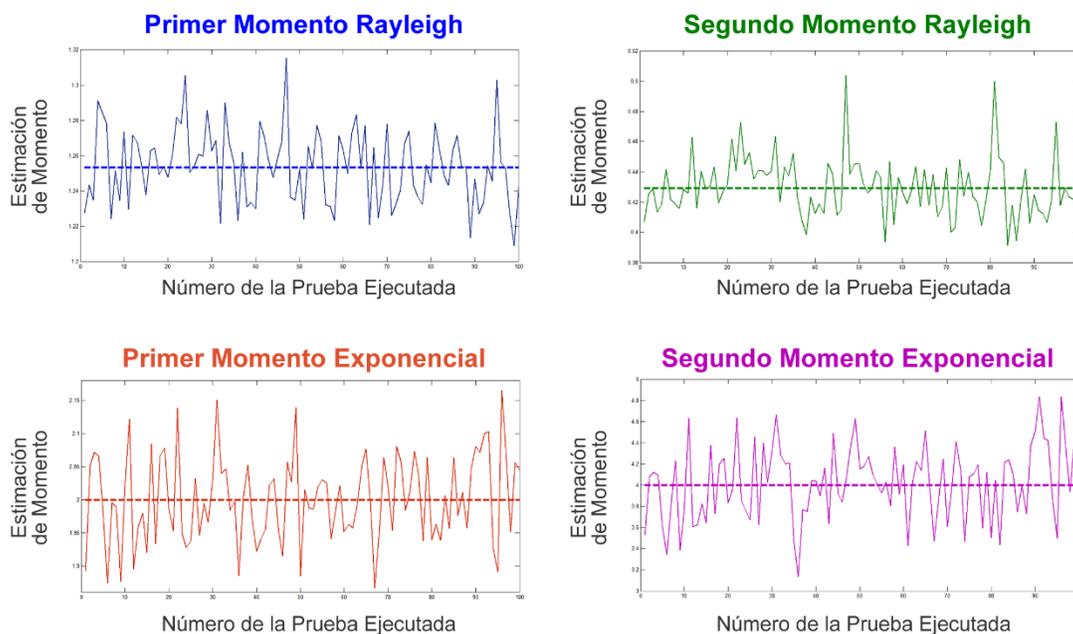


Figura 8: Fluctuación de la Media y la Varianza de 4 grupos de 100 conjuntos con 1000 muestras cada uno.

En total son mostrados cuatro gráficos en la figura 8. Los dos superiores corresponden a la fluctuación de la media y varianza Rayleigh, y los dos inferiores a la fluctuación Exponencial. Luego de analizar los resultados, se notó que la desviación máxima en la media Rayleigh era de 0.07 y en la varianza Rayleigh de 0.07. Las cifras para los ensayos con muestras exponenciales fueron de 0.15 y 0.09. La mayor fluctuación para los conjuntos Exponenciales está justificada en la cola más alargada de la distribución que puede visualizarse en la figura 9.

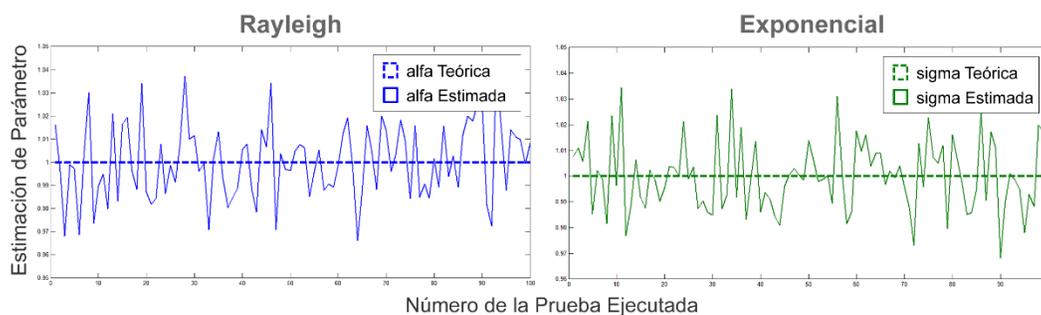


Figura 9: Variación de las estimaciones de los parámetros Rayleigh y Exponencial.

El último par de funciones, *_estim_par*, implementa la estimación de los parámetros de las distribuciones abordadas utilizando las expresiones (5) y (10). La estimación no es exacta y su precisión mejora con el aumento del tamaño muestral. La figura 9 grafica un ejemplo de la estimación de los parámetros para 2 grupos de 100 conjuntos con 1000 muestras cada uno. El parámetro de escala con el que se generaron las muestras, tanto para Rayleigh como para Exponencial, fue igual a la unidad.

Las funciones creadas en el apartado actual no requieren de variables de entrada diferentes a las previamente descritas. La única excepción es el par de funciones *ray_estim_par* y *exp_estim_par* que precisan de conjuntos de datos en forma de matriz, donde cada columna representa un conjunto diferente. El último par de funciones propuestas, *ray_gen_sets* y *exp_gen_sets* ayudan precisamente a crear los conjuntos requeridos.

DISCUSIÓN

El presente artículo constituye un aporte importante para los desarrollos del grupo de radares del ISPJAE, pues define e implementa el conjunto de funciones necesarias para la modelación de las distribuciones estadísticas Rayleigh y Exponencial. Ambos modelos son aplicados en soluciones de radares de forma individual y ligados a la distribución K. Precisamente, la presente contribución viene a completar el cuarteto de distribuciones necesarias para la modelación de K, unida al aporte de [11].

El desarrollo aquí logrado viene a ser una continuación de lo implementado en [28] para la distribución Weibull y en [29, 30] para la distribución Log-Normal. Con respecto a [28], se aumentó el número de funciones añadiendo análisis relacionados con la estimación de parámetros y el cálculo de los momentos, y se propusieron nuevos nombres cortos en la notación de las funciones.

Los aportes de [11, 28] se unen al actual para comenzar a formar una pequeña librería de modelación de *clutter* de radar. El objetivo perseguido es el de aportar a la creación del producto informático MATE-CFAR 2 (*MAtlab Test Environment- Constant False Alarm Rate detectors 2*, Ambiente de Pruebas en MATLAB para detectores de Razón de Falsa Alarma Constante) que a su vez sería una progresión del MATE-CFAR versión 1 presentado en [31]. La nueva herramienta pretende incluir modelación de diversos tipos de *clutter*, blancos y detectores CFAR de radar, así como técnicas de estimación de parámetros, por lo que también incluirá la contribución de [29]. La creación de ambientes de prueba o de simulación ha sido tratada por varios autores [32-34] dada su marcada importancia en la emulación del comportamiento de los sistemas de radar.

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Se implementaron las distribuciones Rayleigh y Exponencial en MATLAB para la modelación de *clutter* de radar. La contribución incluye simulaciones relacionadas a la PDF, CDF, función generadora, algoritmos de bondad de ajuste, momentos y estimación de parámetros.

La validez de la solución fue comprobada mediante la comparación con curvas de PDF y CDF dadas por otros autores, y mediante la interacción entre las diferentes funciones implementadas. Las distribuciones Rayleigh y Exponencial son utilizadas para modelar ciertas condiciones de *clutter* y como

parte integrante de la popular distribución K. El aporte de este artículo pretende unirse a otros para la constitución de una librería informática de simulación de radares que se denominará MATE-CFAR 2.

El autor se enfocará a continuación en ejecutar la modelación de la distribución K, y de otras relacionadas al *clutter* de radar como la Pareto e Inversa Gaussiana. Igualmente es deseable la simulación de procesadores CFAR.

Igualmente, el autor considera que sería muy provechosa la realización de estudios bibliográficos sobre el rango de parámetros que pueden tomar las distribuciones abordadas cuando se ajustan a datos de *clutter*.

REFERENCIAS.

1. RICHARDS, M.A., J.A. SCHEER, and W.A. HOLM, *Principles of Modern Radar Vol I Basic Principles*. 2010: Scitech Publishing.
2. STEHWIEN, W., *Statistical and Correlation Properties of High Resolution X-band Sea Clutter*. IEEE Proceedings, 1994: p. 46-51.
3. MEIKLE, H., *Modern Radar Systems*. 2nd Edition ed. 2008: Artech House
4. Ping, Q. *Analysis of Ocean Clutter for Wide-Band Radar Based on Real Data*. in *Proceedings of the 2011 International Conference on Innovative Computing and Cloud Computing*. 2011. Wuhan, China.
5. ISHII, S., S. SAYAMA, and K. MIZUTANI, *Effect of Changes in Sea-Surface State on Statistical Characteristics of Sea Clutter with X-band Radar*. *Wireless Engineering and Technology*, 2011. **2**(3): p. 175-183.
6. WARD, K., R. TOUGH, and S. WATTS, *Sea Clutter Scattering, the K Distribution and Radar Performance*. 2nd ed. 2013, London, United Kingdom: The Institution of Engineering and Technology.
7. CETIN, A., *CFAR Detection in K-Distributed Sea Clutter*. 2008, The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University.
8. BOCQUET, S., *Calculation of Radar Probability of Detection in K-Distributed Sea Clutter and Noise (DSTO-TN-1000)*, in *Joint Operations Division*. 2012, Joint Operations Division, Defence Science and Technology Organisation.

9. CHEN, Z., et al. *The Analysis of Sea Clutter Statistics Characteristics Based on the Observed Sea Clutter of Ku-Band Radar*. in *IEEE Proceedings of the International Symposium on Antennas & Propagation*. 2013.
10. JURGENS STRYDOM, J., *Generic Ground Clutter Simulation for Radar Testing and Evaluation*, in *Radar Remote Sensing Group, Department of Electrical Engineering*. 2012, University of Cape Town.
11. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R., *Modelación de la Distribución Gamma en MATLAB para Aplicaciones de Radar (bajo revisión)*. Ciencias Holguín, 2015.
12. XU, Y., et al., *Fuzzy Statistical Normalization for Target Detection in Active Sensing Data*, in *2nd International Symposium on Instrumentation and Measurement, Sensor Network and Automation (IMSNA)*. 2013. p. 932-935.
13. ROSENBERG, L., *Coherent Detection with Non-Stationary High Grazing Angle X-Band Sea-Clutter*, in *Proceedings of the 11th European Radar Conference*. 2014. p. 249-252.
14. ZHANG, Y.R., M.G. GAO, and Y.J. LI, *Performance Analysis of Typical Mean-Level CFAR Detectors in the Interfering target Background*. IEEE 9th Conference on Industrial Electronics and Applications, 2014: p. 1045-1048.
15. ANTIPOV, I., *Statistical Analysis of Northern Australian Coastline Sea Clutter Data*. 2001, Surveillance Systems Division, Electronics and Surveillance Research Laboratory: Edinburgh, South Australia.
16. YIM, J.Z., C.-R. CHOU, and W.-K. WONG. *A Study of the Statistics of Sea Clutter in the Northern Coast of Taiwan*. in *Proceedings of the Seventeenth International Offshore and Polar Engineering Conference*. 2007. Lisbon, Portugal.
17. DING, H.F., L.-X. GUO, and Y. MAO, *Modeling Statistics of Sea Clutter from 1-D Time-Varying Sea Surface*, in *IEEE International Conference on Microwave Technology & Computational Electromagnetics*. 2011.
18. WARD, K., R. TOUGH, and S. WATTS, *Sea Clutter. Scattering, the K distribution and Radar Performance*. 2nd ed. 2013, London, United Kingdom: The Institution of Engineering and Technology.
19. WALCK, C., *Hand-book on Statistical Distributions for Experimentalists*. 2007: Particle Physics Group, University of Stockholm.
20. FORBES, C., et al., *Statistical Distributions*. 4th ed. 2011: Wiley.

21. WATTS, S., *Radar Sea Clutter: Recent Progress and Future Challenges*, in *IEEE 2008 International Conference on Radar*. 2008.
22. BILLINGSLEY, J.B., et al. *Impact of Experimentally Measured Doppler Spectrum of Ground clutter Cancellation on MTI and STAP*. in *Proceedings of 1997 International Radar Conference*. 1997. Edinburgh, UK.
23. LOMBARDO, P., et al., *Impact of Clutter Spectra on Radar Performance Prediction*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001. **37**(3).
24. MARQUES DE SÁ, J.P., *Applied Statistics using SPSS, STATISTICA, MATLAB and R*. 2nd ed. 2007: Springer.
25. GONZÁLEZ PADILLA, A., et al., *Clasificación del Clutter Marino utilizando Redes Neuronales Artificiales*. 34, 2013. **1**(1-11): p. 1815-5928.
26. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R., B. GARCÍA DELGADO, and A. MACHADO GIL, *Reconocimientos de Parámetros de la Distribución K Asociados a Mediciones de Clutter Marino usando Redes Neuronales Artificiales*, in *VIII Congreso Internacional de Telemática y Telecomunicaciones, Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura '14*. 2014: La Habana, Cuba.
27. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R., J.C. BACALLAO VIDAL, and N. CHÁVEZ FERRY, *A Neural Network Approach to Weibull Distributed Sea Clutter Parameter's Estimation*. Inteligencia Artificial 2015. **18**(56): p. 3-13.
28. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R., *Generación de Muestras de la Distribución Weibull en MATLAB usando la Función Inversa (bajo revisión)*. Revista Cubana de Ciencias Informáticas (RCCI), 2015.
29. GATO MARTÍNEZ, I., *Algoritmo para la Estimación de la Distribución del Clutter Marino*, in *Departamento de Telecomunicaciones y Telemática, Facultad de Ingeniería Eléctrica*. 2014, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (ISPJAE): La Habana, Cuba.
30. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R., *CA-CFAR Scale Factor Optimal Selection for Several Probabilities of False Alarm under Log-Normal Slowly Variable Clutter (under revision)*. Ingeniería y Desarrollo, Colombia, 2015.
31. MACHADO FERNÁNDEZ, J.R. and J.C. BACALLAO VIDAL, *MATE-CFAR: Ambiente de Pruebas para Detectores CFAR en MATLAB*. Telem@tica, 2014. **13**(3): p. 86-98.

32. LÓPEZ ESTRADA, S. and R. CUMPLIDO PARRA, *DETECTA Una Herramienta Software para Evaluar Esquemas de Detección de Blancos en Presencia de Ruido Marítimo*. 2002 Departamento de Ciencias Computacionales, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica: Mexico.
33. SAFIR SHBAT, M., J. HYUNG YI, and V. TUZLUKOV, *CFAR Detectors employed by Radar Sensors Systems*, in *12th International Conference on Control, Automation and systems*. 2012: Jeju Island, Corea.
34. DE, A., et al., *An Approach to Data Level Target Simulation*, in *9th International Radar Symposium*. 2013: India.