

MATE-CFAR: Ambiente de Pruebas para Detectores CFAR en MATLAB

José Raúl Machado Fernández¹, Jesús de la Concepción Bacallao Vidal²

¹*Dirección de Tecnología y Sistemas, Ingeniero en Telecomunicaciones y Electrónica, MININT, dcomones@mail.mn.co.cu*

²*Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Doctor en Ciencias, bacalleo@electrica.cujae.edu.cu*

RESUMEN

En este artículo se presenta una herramienta denominada MATE-CFAR (MATlab Test Environment for CFAR detectors) para la prueba de detectores CFAR y la modelación de clutter y blancos de radar. Logrado en Simulink de MATLAB, el ambiente permite generar clutter Gaussiano o Weibull, y blancos Swerling V. Además, puede controlarse la frecuencia de aparición de los blancos y calcularse las probabilidades de detección y de falsa alarma. Empleando MATE-CFAR, los autores calculan curvas de probabilidad de detección y de falsa alarma utilizando funciones auxiliares que se ofrecen junto al esquema, mostrando así la aplicación de la propuesta.

Palabras claves: CFAR, Clutter Marino, Distribución Weibull, MATLAB, cálculo de probabilidad de falsa alarma

ABSTRACT

In this paper, a tool called MATE-CFAR (MATlab Test Environment for CFAR detectors) is presented for testing CFAR detectors and modeling clutter and radar targets. Implemented at Simulink in MATLAB, the environment is able to generate Gaussian and Weibull clutter, and Swerling V targets. In addition, the target's occurrence frequency can be controlled and the detection and false alarm probabilities can be computed. By means of MATE-CFAR, the authors estimate plots for the false alarm and detection probabilities using auxiliary functions provided together with the environment, therefore demonstrating the application of MATE-CFAR.

Key words: CFAR, Sea Clutter, Weibull Distribution, MATLAB, False Alarm Probability computation.

INTRODUCCIÓN

La tarea de los radares activos con respuesta pasiva (radares primarios) es detectar a los blancos de radar dentro del área de observación y estimar su posición. La detección sería una tarea fácil si los blancos de radar estuviesen ubicados en un medio no reflector, ya que los ecos captados en el receptor del radar, serían el resultado de la retrodispersión de las ondas electromagnéticas, emitidas por el radar durante el sondeo, en la superficie reflectora del blanco. En tal caso, los ecos recibidos pudieran simplemente ser comparadas con un umbral fijo, y los blancos serían detectados cuando sus ecos sobrepasaran dicho umbral (Kouemou 2009).

Sin embargo, el eco aparece embebido en un fondo ruidoso, constituido por los ruidos propios del receptor y el ruido (clutter) engendrado por el medio natural en que se encuentra el blanco de radar. La potencia del clutter, superior a los ruidos propios del receptor, está sujeta a cambios espaciales y temporales, por lo que se hace necesaria la aplicación de técnicas de procesamiento adaptativo para calcular umbrales de detección (Skolnik 2008). Estas técnicas son aún más necesarias, cuando los blancos de radar se desplazan sobre medios físicos cuyas propiedades de reflexión son muy variables, tal como lo es la superficie del mar, que engendra una fuerte emisión secundaria, conocida como clutter marino (Machado Fernández and Bueno González 2012).

Para ajustar el umbral de detección conforme al criterio de Neyman-Pearson (fijando la probabilidad de Falsa Alarma, P_f), es preciso estimar de la potencia del clutter. Para ello, en los detectores adaptativos conocidos como CA - CFAR (del inglés, Cell Averaging - Constant False Alarm Rate) (Skolnik 2008), se promedian las amplitudes de los ecos a lo largo de una ventana deslizante por distancia, con centro en la Celda resolutive de Control ("Y") (Nagle 1991; Rohling 1983). Según la aplicación, la longitud de la ventana deslizante se selecciona: con mayor número de células resolutive para una mejor estimación de la potencia clutter, o con menor tamaño, para la evitar alteraciones del promedio calculado en presencia de blancos múltiples, o ante cambios bruscos de la amplitud del ruido de fondo (clutter heterogéneo) (Bacallao Vidal 2003).

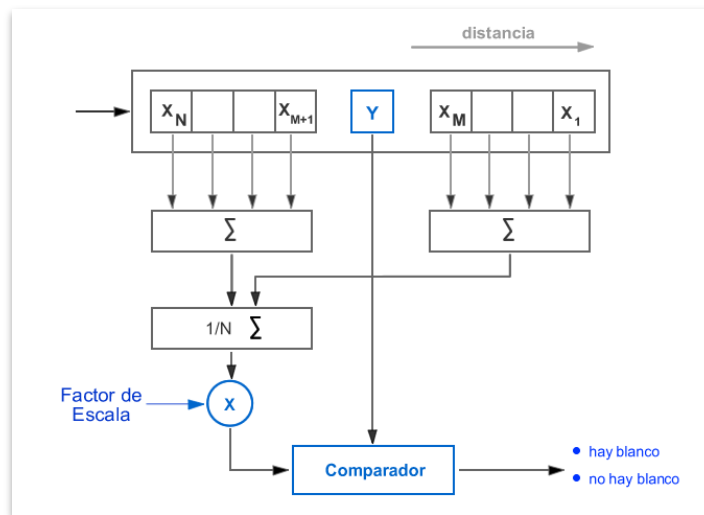


Figura 1: Diagrama en Bloques de un Detector CA-CFAR.

Como se puede apreciar del esquema de la Figura 1, en el procesador CA – CFAR, la decisión sobre la existencia o no de señal del blanco en la Celda de Control “Y”, se realiza con ayuda de un comparador, al cual se le suministra un nivel umbral, resultado de la multiplicación del promedio de las amplitudes en la ventana deslizante, multiplicado por un cierto Factor de Escala. Existen múltiples derivaciones del procesador CA-CFAR, las más populares son: el GO-CFAR (Greatest-Of CFAR), el SO-CFAR (Smallest-Of CFAR) y el OS-CFAR (Ordered Statistics CFAR), que han sido tratados en la literatura por varios autores (Farina and Studer 1986; Rohling 1983; Weingberg 2004) y son frecuentemente usados como referencia en las investigaciones actuales (Caso and De Nardis 2013; de Figueiredo 2013; Qin and Gong 2013; Takahashi 2010). Sin embargo, cada año son publicados nuevos métodos de procesamiento (Qin and Gong 2013; Van Cao 2012), y propuestas para mejorar los procesadores ya existentes (Kumar Yadav and Kant 2013; Magaz and Belouchrani 2011).

En los primeros procesadores CA-CFAR, se asumió que la amplitud del ruido de fondo dentro de la ventana deslizante poseía una distribución Gaussiana, sin embargo, esta hipótesis fue rápidamente probada como falsa por varios autores (Antipov 1998; Haykin et al. 2002; Jian-bo Hu 2009b). En particular para el clutter marino, múltiples estudios han demostrado que la familia de las distribuciones de cola pesada es la que mejor describe el comportamiento estadístico de su amplitud. Si bien se han propuesto muchas otras, las distribuciones más reconocidas son la de Rayleigh, la log-Normal, la distribución K, así como las distribuciones de Weibull y log-Weibull (Antipov 1998; Jian-bo Hu 2009a; Oyedokun 2012; Totir et al. 2008).

MOTIVACIÓN Y APORTES

Estudios recientes han confirmado la teoría de que la distribución Weibull es una de las que mejor describe la distribución de la amplitud del clutter marino (Ishii et al. 2011; Sayama and Ishii 2013). La expresión que describe la Función de Densidad de Probabilidad de Weibull se ofrece a continuación (O'Connor 2011), y se grafica su curva en la Figura 2.

$$f(x|\alpha,\beta) = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (1)$$

Se ha demostrado que la altura promedio de las olas influye en el valor del parámetro de forma (β), así como la banda de frecuencias en que opera el radar. Para el caso de los radares de banda S, el parámetro β se mantiene alrededor de 4.5, mientras que para banda X, el mismo oscila en el entorno de 2.5. La altura de las olas, y otros factores climáticos aún no precisados, pueden provocar la variación del parámetro β entre 1.75 y 6.25.

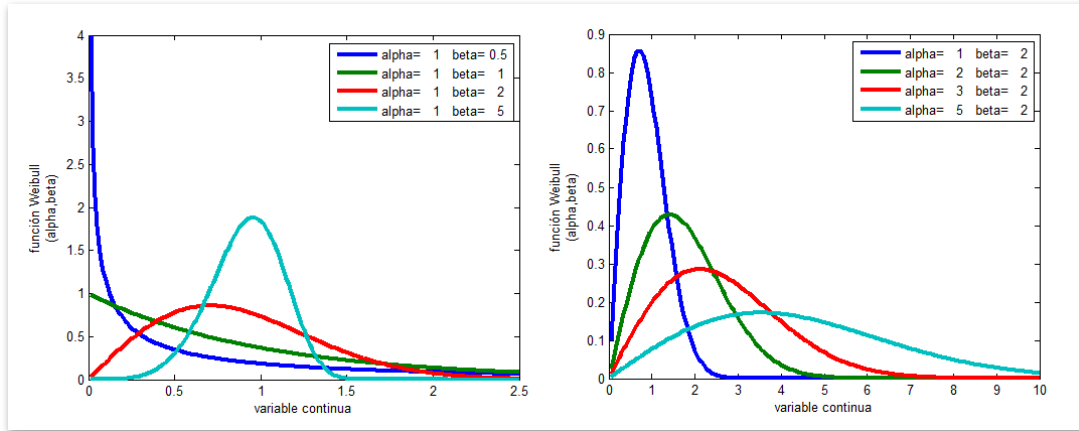


Figura 2: Forma de las curvas de la Función de Densidad de Probabilidad de Weibull.

Estas afirmaciones generan dudas sobre si la selección de un Factor de Escala invariable, permitiría mantener una Pf constante todo el tiempo de operación del detector CFAR. Tomando como información a priori que el parámetro β varía en un rango conocido (Ishii, Sayama and Mizutani 2011), se hace necesario comprobar si hay que variar el factor de escala, para mantener la Pf constante. Para ello, los autores se propusieron construir un ambiente de pruebas de detectores CFAR. En adición, la construcción del esquema puede proporcionar múltiples facilidades en la medición de diferentes modelos de blancos embebidos a su vez en diferentes modelos de clutter.

El ambiente de pruebas diseñado, permite modelar muestras de clutter marino con distribución de Weibull, para diferentes valores de los parámetros de la distribución. Además, permite generar los ecos del blanco y mezclarlos con el fondo. Con respecto al procesador en si mismo, la implementación del clásico CA-CFAR basta para obtener resultados que puedan generalizarse para las restantes derivaciones. Cuenta además con funciones auxiliares que permiten calcular la Pf y la de Probabilidad de Detección (Pd), para entornos sin blanco o con él. Esto se realiza empleando una interfaz sencilla e intuitiva que puede ser manejada por usuarios sin mucha experiencia.

HERRAMIENTA MATE-CFAR

El ambiente de pruebas diseñado, que se muestra en la Figura 3, está desarrollado sobre el Simulink de la versión 7.12 de Matlab. Este recibe por sus entradas, los valores discretos de las muestras de la señal aleatoria simulada, correspondiente al clutter, y las del blanco, con una periodicidad de 10^{-6} s. y entrega a su salida la decisión sobre la detección, aunque muchos otros parámetros pueden ser visibles. En la simulación no se recrean ni el procedimiento de transmisión, ni el de recepción del radar, como tampoco el procesamiento de la señal, en las diferentes etapas del receptor.

La herramienta, en esta primera versión, cuenta con la posibilidad de simular los tres procesadores CFAR básicos: **CA-CFAR**, **GO-CFAR** y **SO-CFAR**. Los blancos son simulados conforme con el modelo **Swerling V** (blanco no fluctuante) y el clutter puede generarse con distribuciones de amplitud **Gaussiana**, **Weibull** o **Uniforme** (el caso más caótico).

Los bloques utilizados tienen un retardo de procesamiento ideal, igual a cero, con excepción de los retardadores de la sección de la ventana deslizante, que demoran en $1 \mu\text{s}$ la señal. Fue necesaria

además, la inclusión de algunos retardadores con demoras de 0.1 , 0.2 y 0.3 μs . para lograr la ejecución de las sentencias de lazos y condicionales.

El esquema se compone básicamente de seis bloques resaltados en color verde en la Figura 3. Son visibles también las variables que permiten realizar los experimentos simulados bajo diferentes condiciones, resaltadas con un borde azul oscuro. Estas variables se visualizan en el formato de las constantes de Simulink. Su modificación es muy sencilla, lo que permite que usuarios poco experimentados puedan realizar también pruebas. Por su parte, los bloques con un borde azul claro son osciloscopios para visualizar los registros en puntos importantes y no influyen para nada en el funcionamiento. Una descripción detallada del funcionamiento interno de cada uno de los bloques principales (rellenos con color verde) es proporcionada por el autor en la descripción que acompaña a la herramienta (Machado Fernández 2014).

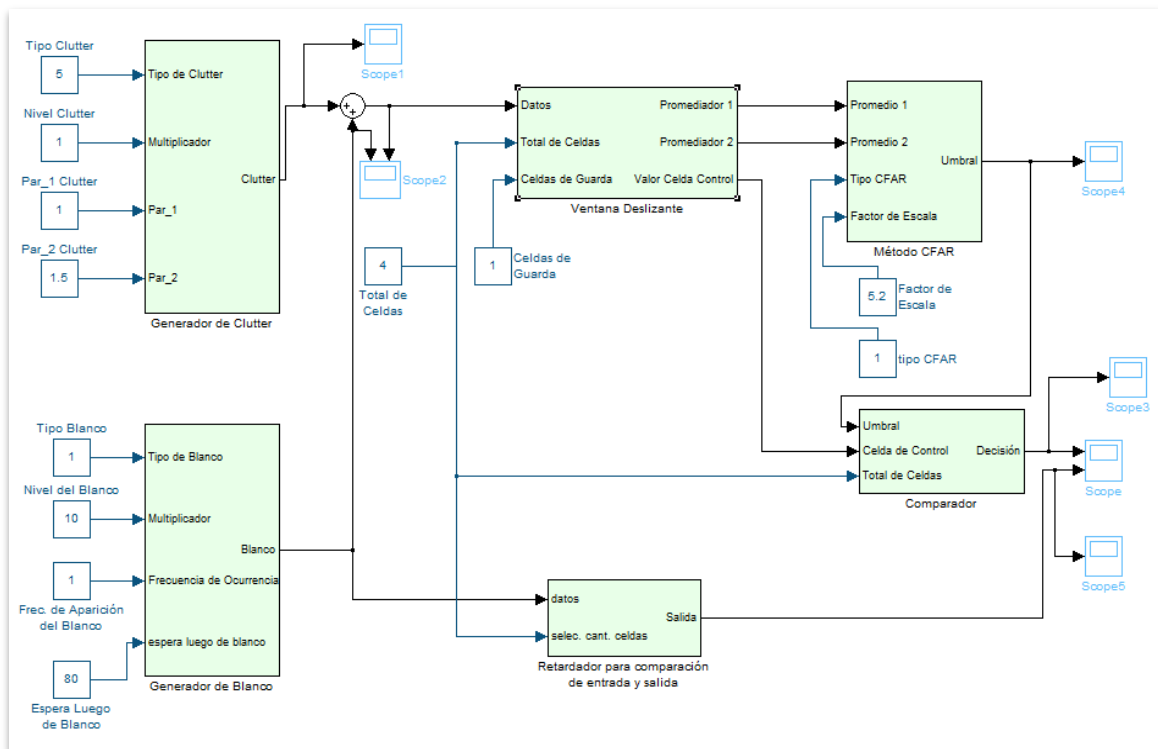


Figura 3: Ambiente de Pruebas logrado sobre Simulink.

VARIABLES CONFIGURABLES

En esta sección se describen las variables configurables que aportan dinamismo al ambiente de pruebas. Modificándolas, se pueden cambiar las condiciones de operación, obteniéndose resultados diferentes.



Figura 4: Variables Configurables.

Como se puede apreciar en la Figura 4, existen un total de 12 variables configurables en el ambiente de pruebas MATE-CFAR. Cuatro de ellas modifican características del clutter, y otras 4 hacen lo mismo para el blanco. Las restantes son: dos para modificar la ventana deslizante y dos para el ajustar el procesador CFAR. La descripción de cada una se ofrece a continuación.

VARIABLES PARA EL CLUTTER

La primera variable modifica el *Tipo de clutter*. La modificación permite números entre el 1 y el 5:

- *tipo de clutter = 1*: Señal de amplitud constante e igual a 1.
- *tipo de clutter = 2*: Distribución Uniforme entre 0 y 1.
- *tipo de clutter = 3*: Distribución Gaussiana con media 0.5 y varianza 0.02.
- *tipo de clutter = 4*: Distribución de Weibull con parámetros ajustados por las entradas "Parámetro 1" y "Parámetro 2".
- *tipo de clutter = 5*: Similar al anterior pero con valor promedio constante e igual a 1.

La opción *Nivel de Clutter* establece un multiplicador para los valores de la señal, modificando así su valor promedio. Por su parte, *Parámetro 1* y *Parámetro 2* configuran los parámetros de la distribución seleccionada para el clutter. Si se selecciona *Clutter de Weibull*, ambas se corresponden con el parámetro de escala α y el de forma β , respectivamente. En la Figura 5 se observan las muestras de ruidos simulados mediante esta herramienta (Cover and Thomas 2006).

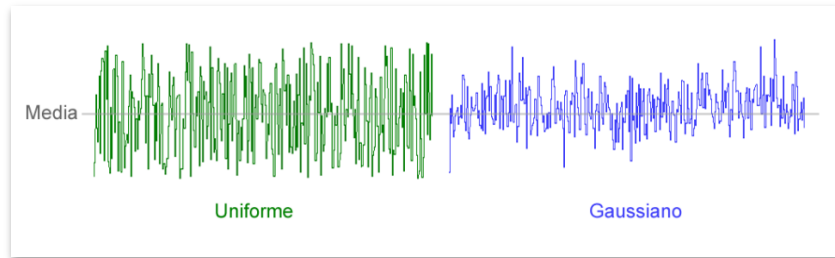


Figura 5. Generación de ruidos distribuidos Uniforme y Gaussiano.

VARIABLES PARA EL BLANCO

Cuando se configura el *Tipo de Blanco* puede elegirse entre el valor 1: Blanco Swerling V, de amplitud constante igual a uno, y el valor 2: Blanco Gaussiano con media = 0.5 y varianza = 0.02. Si se desea ajustar el nivel promedio, puede usarse la variable *Nivel de Blanco* que es un multiplicador de la señal resultante.

La opción *Frecuencia de Aparición* permite ajustar:

- *Frec. Apar.=1*: Probabilidad de aparición 1% (blanco aproximadamente cada 100 celdas).
- *Frec. Apar.=2*: Probabilidad de aparición 0.05% (blanco aproximadamente cada 200 celdas)
- *Frec. Apar.=3*: Probabilidad de aparición 0.01% (blanco aproximadamente cada 1000 celdas)
- *Frec. Apar.=4*: Probabilidad de aparición 0.001% (blanco aproximadamente cada 10 000 celdas)

La *frecuencia de aparición* no controla la cantidad de celdas entre blancos. Por ejemplo, al ajustar el 1%, no aparecerá exactamente 1 blanco cada 100 celdas resolutiveas. Como dicha probabilidad de ocurrencia no evita la aparición de blancos cercanos, para evitar que esto ocurra se define la variable *Espera luego del Blanco*. El número que se coloque en esta variable, fija la cantidad de celdas que el algoritmo de generación de blancos debe esperar, antes de volver a generar blancos, conforme a la frecuencia de aparición establecida.

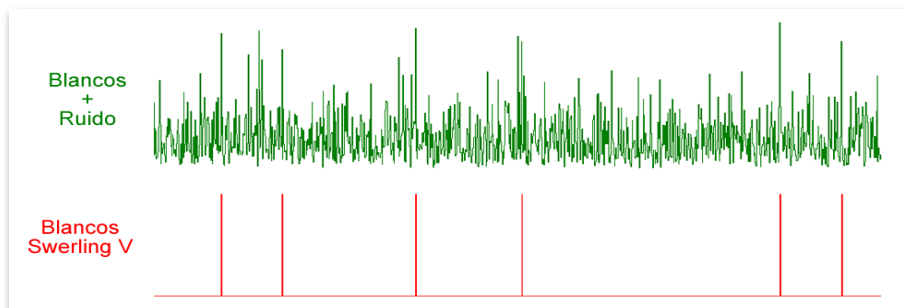


Figura 6. Ecos simulados de Blancos Swerling V, en clutter de Weibull.

En la Figura 6 se muestra las señales de los blancos simulados conforme al modelo Swerling V, con una probabilidad de aparición de 1%, mezclados con clutter de Weibull, y sin ruido de fondo.

VARIABLES PARA LA VENTANA DESLIZANTE

La herramienta diseñada permite elegir el *Total de Celdas* de la ventana deslizante.

- *Total de Celdas*=1: 8 celdas.
- *Total de Celdas*=2: 16 celdas.
- *Total de Celdas*=3: 32 celdas.
- *Total de Celdas*=4: 64 celdas.

El *Total de Celdas* efectivo a emplear, se ve disminuido por las *Celdas de Guarda*. Estas son celdas situados a ambos lados de la celda de control (ver Figura 1) cuyos registros se omiten durante estimación de la potencia del fondo, garantizando así que si el blanco ocupase estas celdas, se afecte el proceso de determinación del umbral de detección (Meikle 2008). El total de celdas a cancelar es igual a *Celdas de Guarda* – 1.

En la Figura 7, se observa una representación de una Ventana Deslizante donde una celda de guarda, a cada lado de la celda de prueba, fue omitida del proceso de cálculo del umbral.

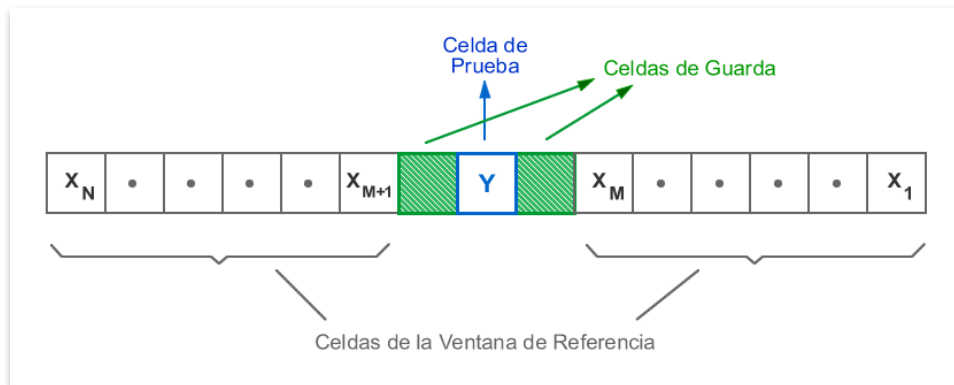


Figura 7: Omisión de las Celdas de Guarda en la Ventana Deslizante.

VARIABLES PARA EL MÉTODO CFAR

El Método CFAR contiene dos variables a configurar. *Tipo de CFAR*, 1: establece la configuración CA-CFAR, 2: GO-CFAR y 3: SO-CFAR. El Factor de Escala es configurable con el parámetro *Factor de Ajuste* que se multiplica al resultado del promedio calculado dentro de la ventana. Este factor puede variarse para ajustar diferentes valores de probabilidades de Falsa Alarma.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De entre los experimentos que pueden ser realizados con MATE-CFAR, los autores han seleccionado dos que ilustran la utilidad de la herramienta diseñada. Los mismos se ofrecen a continuación.

DETERMINACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALSA ALARMA

Al dejar de simular en la Célula de Control (“Y”) los valores de la amplitud del blanco, entonces, luego de cada experimento, toda decisión “Hay Blanco” a la salida del comparador, constituirá una Falsa Alarma. Después de realizada una gran cantidad de experimentos, la probabilidad de falsa alarma (Pf) puede ser calculada como el cociente entre el número de falsas alarmas ocurridas y el número de experimentos realizados.

Para un fondo con distribución de Weibull, con parámetros (α , β) determinados, dado un procesador determinado, un valor de k será necesario para ajustar la Pf al valor deseado. Determinar el valor de k requerido, para ajustar la probabilidad de falsa alarma al valor deseado, en función de los parámetros de la distribución de Weibull del fondo, es también un objetivo de la simulación.

Para ello se procedió de la forma siguiente: primeramente se fijaron los parámetros para la generación de las muestras de amplitud del fondo, con distribución de Weibull ($\alpha = 1.1284$ y $\beta = 2$). Esto garantizó que la media de las muestras generadas fuese aproximadamente igual a uno, lo cual se puede comprobar según la fórmula de la media para Weibull, que se ofrece a continuación (O’Connor 2011).

$$media = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (2)$$

No se simuló, como ya fue expresado, los valores de las señales del blanco.

Fueron realizadas una gran cantidad de experimentos, buscando aquellos valores de k que aseguraban valores de Pf, iguales a 10^{-2} , 10^{-3} y 10^{-4} . Los resultados obtenidos, para un procesador CA-CFAR con 64 celdas en la ventana de referencia, sin emplear celdas de guarda, se muestran en la Figura 8, de la que se obtienen los valores de k = 2.465, 3.05 y 3.545 para asegurar los valores correspondientes de Pf.

Se demuestra la utilidad de MATE-CFAR, para estimar los valores de k, requeridos para ajustar el valor de la probabilidad de falsa alarma, para una distribución estadística del clutter determinada, en un procesador CFAR específico.

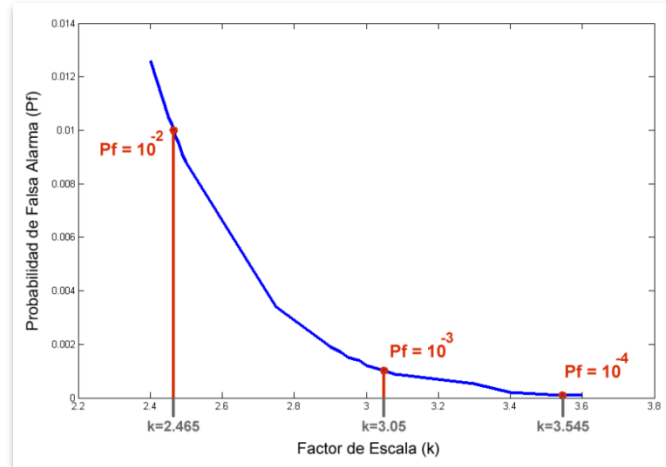


Figura 8: Valores de la Probabilidad de Falsa Alarma vs. k.

MEDICIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DETECCIÓN

La segunda aplicación de MATE-CFAR es la de permitir calcular la probabilidad de detección para diferentes valores de la relación Señal / Clutter (S/C), para una k determinada, es decir, para una P_f determinada, en un procesador CFAR dado, que opera sobre un fondo con una distribución determinada y dado un blanco con distribución determinada. Si se realizan numerosos experimentos simulados, para diferentes valores de la relación S/C , podrán obtenerse las **Curvas de Detección** que caracterizan al procesador CFAR en cuestión.

La gráfica de la Figura 9, es la curva de detección obtenida para un procesador CA-CFAR, con una ventana de 64 celdas, sin celdas de guarda, para clutter Weibull de $\alpha = 1.1284$ y $\beta = 2$ y blancos Swerling V, para una $P_f = 10^{-3}$ ($k = 3.05$). La probabilidad de aparición de los blancos simulados fue de 1%, y los blancos más próximos permitidos estaban a 80 celdas resolutiveas por distancia. En la curva están marcados los puntos en los que se alcanzan probabilidades de detección de 0.9, 0.99 y 0.999, lo que ocurre aproximadamente para $S/C = 2.8$, 3.2 y 3.4, respectivamente.

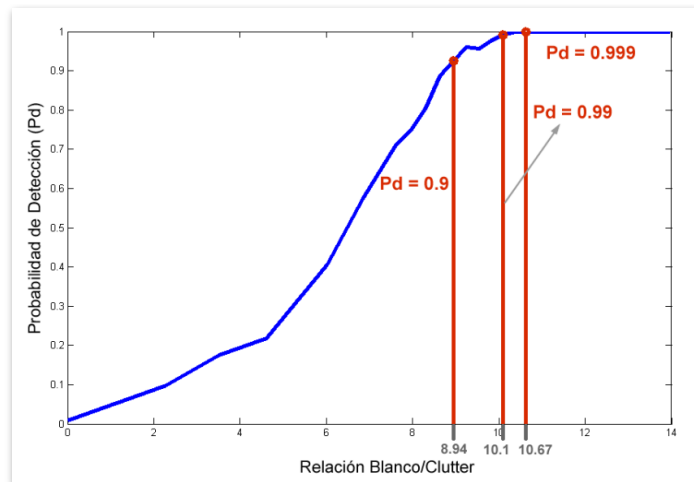


Figura 9. Curva de Probabilidad de Detección vs. relación Señal / Clutter (en dB).

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Queda diseñada, en Simulink de MATLAB, una herramienta denominada MATE-CFAR útil para la evaluación apriorística de los procesadores CFAR, mediante el cálculo de las probabilidades de detección y de falsa alarma.

Empleando la herramienta es posible estimar con precisión, los valores del factor de escala necesarios para asegurar una determinada probabilidad de falsa alarma, para un procesador CFAR con una estructura determinada, asumiendo una distribución estadística del clutter del tipo Weibull, de Gauss o Uniforme.

Asimismo, es posible obtener las curvas de detección para diferentes relaciones Señal /Clutter, en un procesador CFAR de estructura determinada, para clutter con las distribuciones antes citadas y blancos con modelo de Swerling V.

Quedan pues, sentadas las bases para simular el comportamiento de los procesadores CA-CFAR y modelar su respuesta a diversas distribuciones del clutter y diferentes modelos de blancos de radar.

Queda demostrado que el factor de escala k , no solo depende de la estructura del procesador CFAR, ni de la Probabilidad de Falsa Alarma deseada, sino que es muy dependiente de la distribución estadística del clutter asumida como hipótesis.

Teniendo en cuenta lo anterior, los autores recomiendan el desarrollo de un sistema que permita ajustar el factor de escala, de forma adaptativa, conforme a estimaciones en tiempo real, del comportamiento estadístico del clutter.

PROYECCIONES FUTURAS

El ambiente de pruebas aquí presentado es la base de una de las líneas de investigación del grupo de radares de la CUJAE. Usando el esquema es fácil someter a pruebas y realizar comparaciones entre los métodos establecidos y los nuevos implementados. En vistas a este potencial, se pretende, en el futuro, aumentar la cantidad de variables a controlar en la simulación, así como el número de distribuciones de clutter que se puedan modelar. En adición, otros tipos de blancos de radar serán incluidos.

REFERENCIAS

1. ANTIPOV, I. Simulation of Sea Clutter Returns. DSTO Electronic and Surveillance Research Laboratory, 1998, 2-5.
2. BACALLAO VIDAL, J. D. L. C. Un modelo Teórico de la Técnica DRACEC. Metodología del Proceso de Adaptación al Fondo. Instituto Técnico Militar "José Martí", 2003.
3. CASO, G. AND L. DE NARDIS Cooperative Spectrum Sensing based on Majority decision under CFAR and CDR constraints 2013.
4. COVER, T. M. AND J. A. THOMAS *Elements of Information Theory*. Edtion ed.: Wiley, 2006.
5. DE FIGUEIREDO, F. A. P. LTE Random Access Detection Based on a CA-CFAR Strategy 2013.
6. FARINA, A. AND F. A. STUDER A Review of CFAR Detection Techniques in Radar Systems 1986.
7. HAYKIN, S., R. BAKKER AND B. W. CURRIE Uncovering Nonlinear Dynamics—The Case Study of Sea Clutter. Proceedings of the IEEE, 2002.
8. ISHII, S., S. SAYAMA AND K. MIZUTANI Effect of Changes in Sea-Surface State on Statistical Characteristics of Sea Clutter with X-band Radar. Wireless Engineering and Technology, 2011.
9. JIAN-BO HU, J. T., WEN-WEN GAO Modeling sea clutter as a nonstationary and nonextensive random process. IEEE Conference on Radar Issues, 2009a.
10. JIAN-BO HU, J. T., WEN-WEN GAO A New Way to Model Nonstationary Sea Clutter. IEEE Signal Processing Letters, 2009b.
11. KOUEMOU, G. *Radar Technology*. Edtion ed.: I-Tech, 2009.
12. KUMAR YADAV, A. AND L. KANT Moving Target Detection using VI-CFAR Algorithm on MATLAB Platform 2013.
13. MACHADO FERNÁNDEZ, J. R. *Guía Detallada del ambiente de Pruebas MATE-CFAR*. Edtion ed., 2014.
14. MACHADO FERNÁNDEZ, J. R. AND A. BUENO GONZÁLEZ. Clasificación del Clutter Marino utilizando Redes Neuronales Artificiales. CUJAE, 2012.
15. MAGAZ, B. AND A. BELOUHRANI Automatic Threshold Selection in OS-CFAR Radar Detection using Information Theoretic Criteria 2011.
16. MEIKLE, H. *Modern Radar Systems*. Edtion ed.: Artech House 2008.
17. NAGLE, D. T. Analysis of Robust Order Statistic CFAR Detectors. Iliinois Institute of Technoigy, 1991.

18. O'CONNOR, A. N. *Probability Distributions Used in Reliability Engineering*. Edtion ed.: University of Maryland, 2011.
19. OYEDOKUN, O. *Sea Clutter Simulation*. Cape Town, 2012.
20. QIN, Y. AND H. GONG A New CFAR Detector based on Automatic Censoring Cell Averaging and Cell Averaging 2013.
21. ROHLING, H. *Radar CFAR Thresholding in Clutter and Multiple Target Situations* 1983.
22. SAYAMA, S. AND S. ISHII Suppression of Log-Normal Distributed Weather Clutter Observed by an S-Band Radar. *Wireless Engineering and Technology*, 2013.
23. SKOLNIK, M. I. *Radar Handbook*. Edtion ed.: McGraw-Hill, 2008.
24. TAKAHASHI, S. A CFAR Circuit of Detecting Spatially Correlated Target for Automotive UWB Radars 2010.
25. TOTIR, F., E. RADOR AND L. ANTON Advanced Sea Clutter Models and their Usefulness for Target Detection. *MTA Review*, 2008.
26. VAN CAO, T.-T. Non-homogeneity Detection in CFAR Reference Windows using the Mean-to-Mean Ration Test 2012.
27. WEINGBERG, G. V. Estimation of False Alarm Probabilities in Cell Averaging Constant False Alarm Rate Detectors via Monte Carlo Methods 2004.