

TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO EN MODULACIONES DIGITALES

¹Darian Pérez Adán, ²Jorge Torres Gómez, ³Liset Martínez Marrero

Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría” (CUJAE) Ave. Calle 114 e/ Ciclovía y Rotonda CUJAE No. 11901, Marianao Habana 19390, Ciudad Habana, Cuba

¹E-mail: dpereza@fecrd.cujae.edu.cu

²E-mail: jorge.tg@tele.cujae.edu.cu

³E-mail: liset@tele.cujae.edu.cu

RESUMEN

Tomando en cuenta la gran cantidad de parámetros para caracterizar la eficiencia de la recepción de una señal, la relación señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés) figura entre las más empleadas. Estimar, con la mayor precisión posible este parámetro es de gran importancia para una gran variedad de técnicas como el sensado de espectro en la radio cognitiva, la decodificación turbo, la adaptación de enlace y el control de potencia en CDMA. En general existen dos tipos de técnicas de estimación de la SNR. Una variante es la estimación asistida por datos, en la cual el receptor estima la SNR basado en el conocimiento de los datos enviados por el transmisor. La otra técnica de estimación es llamada estimación a ciegas, en la cual el receptor no conoce los datos enviados por el transmisor de antemano. Este trabajo está enfocado en caracterizar los algoritmos de estimación más utilizados, para analizar sus ventajas y desventajas. Se muestran además resultados comparativos por simulaciones en relación al desempeño de estos estimadores.

PALABRAS CLAVE: Estimación de relación señal-ruido, Modulaciones digitales, Receptores digitales.

ABSTRACT

Taking into account several parameters to characterize performance in regard to communication receivers, the SNR parameter is perhaps the most fundamental. To determine, as accurate as possible this parameter, represents an important issue for a variety of communication techniques such as spectrum sensing for cognitive radio, turbo decoding, adaptive modulation and power control in code division multiple-access (CDMA) systems. In general, there are two types of SNR estimation techniques; Data-Aided (DA) and Blind-Estimation (BE) techniques. On Data-Aided the receiver estimates the SNR based on some prior-knowledge from received symbols. The other type is called blind estimation (BE), where the receiver does not have prior-knowledge on transmission parameters. The current paper is focused on characterizing SNR estimators to analyze advantages and drawbacks of some reported methods. Additionally, some results are sketched to illustrate overall performance.

KEYWORDS: Signal to noise ratio estimation, Digital modulation, Digital receivers.

1. INTRODUCCIÓN

La Relación Señal a Ruido (SNR) se encuentra entre los parámetros básicos para el establecimiento de comunicaciones fiables. En la mayoría de los casos la medición de otros parámetros necesitan del conocimiento de la SNR para su evaluación [1]. El conocimiento preciso de la varianza de ruido resulta de

utilidad para la mayoría de los algoritmos de detección de espectro, como la detección de energía, el filtro adaptado y la detección cicloestacionaria [2] [3]. La detección de energía es el enfoque de medición de espectro más utilizado debido a su baja complejidad computacional. Sin embargo, el establecimiento de un umbral para dicho detector requiere del conocimiento previo de la potencia de ruido, el cual puede ser suministrado por métodos de estimación adecuados [4]. La modulación adaptativa o adaptación de enlace es un término utilizado en las comunicaciones inalámbricas para denotar la adecuación de la modulación, la codificación y otros parámetros de la señal acorde a las condiciones del enlace de radio. En esta técnica, la razón de código y el esquema de modulación son modificados teniendo en cuenta la SNR instantánea para lograr un uso eficiente del ancho de banda [5].

Los principales métodos de estimación de la SNR se dividen en dos grandes grupos: los métodos basados en secuencias de entrenamiento o asistidos por datos (DA - Data-Aided) y los estimadores no asistidos por datos (NDA - Non Data-Aided). Existe un tercer subgrupo que son los llamados métodos dirigidos por decisiones (DD - Decision Directed), los cuales en ocasiones son incluidos dentro de la clasificación DA [6]. Existen estimadores NDA que operan sobre el conocimiento de algunos parámetros del transmisor, por eso una versión más estricta en cuanto al desconocimiento de dichos parámetros son los estimadores a ciegas (BE - Blind-Estimation). Estos estimadores en ocasiones prescinden de cualquier parámetro para su operación, tales como: tipo de modulación, características del canal de comunicaciones, etc [7].

Los métodos asistidos por secuencias de entrenamiento (DA) se basan en que el receptor estima la SNR sobre la recepción periódica de símbolos previamente conocidos por este [8] [9]. Estas técnicas son muy empleadas para una estimación más general, como la estimación de canal, donde es obtenida una aproximación de la respuesta frecuencial del canal (CSI - Channel State Information). La principal desventaja de estos métodos es la ineficiencia espectral que conlleva el uso de preámbulos o datos de entrenamiento [10].

Las algoritmos dirigidos por decisiones (DD) utilizan los símbolos demodulados mediante una estimación de canal previa como si fueran secuencias de entrenamiento [11], de manera que no hay afectaciones en el uso eficiente del espectro. No obstante, las decisiones realimentadas se podrán afectar por errores de decisión, afectando la razón de bit erróneo (BER, por sus siglas en inglés) del sistema en escenarios con bajos niveles de SNR.

Los métodos no asistidos por datos (NDA) y (BE) se basan en realizar la estimación sin tener conocimiento previo de los datos recibidos [12], algunos métodos BE incluso prescinden del conocimiento de los parámetros de la transmisión. Estos aprovechan propiedades matemáticas y/o estadísticas de las señales enviadas para obtener la SNR, a cambio de mayor complejidad y lentitud en la convergencia de la estimación. Estos métodos también tienen resultados más pobres en cuanto a precisión que los estimadores asistidos por datos (DA), sobre todo para bajos niveles de SNR [13].

Este trabajo tiene como objetivo caracterizar los algoritmos de estimación del parámetro SNR más abordados en la literatura científica, para analizar sus ventajas y desventajas. Además se discuten resultados comparativos por simulaciones en relación al desempeño de dichos estimadores. Las secciones restantes de este documento están organizadas del siguiente modo: En la Sección 2 se introduce el modelo de sistema y se describen los algoritmos de estimación de la SNR. En la Sección 3 se presenta un análisis de las simulaciones y resultados; y en la Sección 4 se plantean las conclusiones del trabajo.

2. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE LA SNR EN CANAL AWGN

El objetivo de esta sección es mencionar y describir los estimadores más abordados en la literatura científica. Adicionalmente, con el empleo de un modelo de sistema, hacer un análisis comparativo de la precisión y complejidad computacional de los mismos en presencia de ruido blanco aditivo gaussiano (AWGN) real y complejo. Además, se pretende analizar sus limitaciones en cuanto a suposiciones de los parámetros de la comunicación. Serán analizados el método de estimación de SNR basado en la teoría

de máxima verosimilitud (ML, por sus siglas en inglés) [14] [15], el algoritmo de estimación basado en momentos [14], el algoritmo basado en la relación señal-varianza (SVR, por sus siglas en inglés) [14] y el algoritmo de estimación de SNR basado en la estimación de momentos en símbolos divididos (SSME, por sus siglas en inglés) [10] [14]. Se considera además un esquema de transmisión-recepción para las comunicaciones como el mostrado en la figura 1. Este esquema servirá de apoyo para la descripción y evaluación de las técnicas más tradicionales de estimación de la SNR.

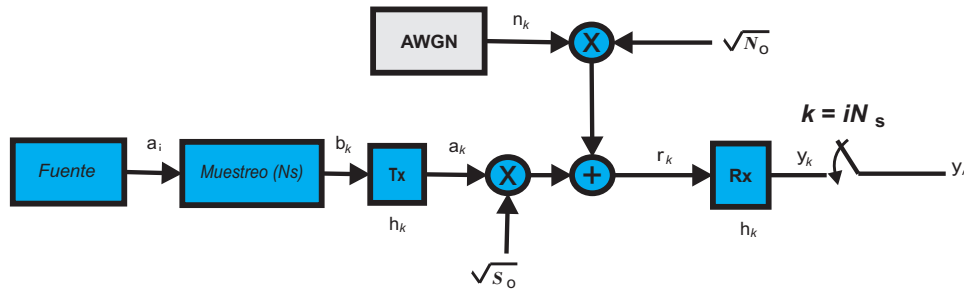


Figura 1: Esquema de transmisión-recepción de un sistema de comunicación

En el modelo de la figura 1 se asume que la comunicación se realiza enviando una señal discreta, lo cual no afecta el análisis para sistemas de señales continuas. La analogía entre los sistemas discretos y continuos resulta válida en la medida que la frecuencia de muestreo supere el doble del ancho de banda del sistema simulado [16]. En el modelo también se asume que la fuente en la figura 1 genera símbolos aleatorios $\{a_0, a_1, \dots, a_I\}$, además se asume sincronía perfecta de portadora, el empleo de un filtro adaptado (MF, por sus siglas en inglés) en la recepción y que la señal recibida contaminada con ruido de potencia E_o es:

$$r_k = s_k + v_k = \sqrt{S_o}a_k + \sqrt{N_o}n_k \quad (1)$$

donde a_k es la señal compleja enviada por el transmisor, $E\{|a_k|^2\} = 1$, S_o y $N_o = 2\sigma^2$ representan la potencia de la señal y ruido respectivamente, mientras n_k denota las muestras de los valores complejos de un proceso AWGN de media cero y varianza unitaria. Las muestras complejas de la señal contaminada con ruido recibida pueden ser expresadas en términos de la componente real y la componente imaginaria de la señal como:

$$r_k = s_{I_k} + js_{Q_k} + v_{I_k} + jv_{Q_k} \quad (2)$$

Los algoritmos de estimación de la SNR, descritos en las siguientes secciones, tienen como objetivo encontrar la relación $SNR = S_o/N_o$.

2.1. Estimación de Ruido por Máxima Verosimilitud

La estimación de la SNR enfocado en la teoría de máxima verosimilitud fue introducido por Thomas y Gagliardi en [17]. Estos autores hicieron un estudio de un estimador de la SNR basado en la teoría ML (*Maximum-Likelihood*) para una señal BPSK con AWGN real. Luego en [14] el algoritmo fue extendido para esquemas de modulación MPSK en un canal con ruido complejo. En [15] el algoritmo de estimación basado en la teoría ML es empleado para las modulaciones MPSK y MQAM.

El estimador basado en la teoría de ML (*Maximum-Likelihood*) es desarrollado a partir de las muestras complejas de la señal recibida r_k y teniendo conocimiento previo de la señal a_k idealmente sin ruido. Esta señal puede ser obtenida mediante un preámbulo o puede ser obtenida a través de una realimentación en la demodulación de r_k .

La esencia de ML se plantea determinar la función de densidad de probabilidad conjunta de los parámetros a estimar, en este caso S_o y N_o . La función de verosimilitud $\Gamma(S_o, N_o, i)$ se determina teniendo en cuenta el modelo de canal en la figura 1, y queda expresada por [14]:

$$\Gamma(S_o, N_o, i) = \ln f(r_I, r_Q | S_o, N_o, i) = -N_m \ln(\pi N_o) - \frac{1}{N_o} * \left[\sum_{k=0}^{N_m-1} (r_{I_k} - \sqrt{S_o} a_{I_k}^{(i)})^2 + \sum_{k=0}^{N_m-1} (r_{Q_k} - \sqrt{S_o} a_{Q_k}^{(i)})^2 \right] \quad (3)$$

La expresión en (3) resulta paramétrica de los parámetros a estimar S_o y N_o . En el método ML se busca maximizar la función en (3) de variables S_o y N_o en el símbolo i , a modo de encontrar los valores que con mayor probabilidad se ajustan a esta función, los cuales se denotarán por \hat{S}_o y \hat{N}_o . Analíticamente de resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_o} \Gamma(S_o, N_o, i) \Big|_{\substack{S_o = \hat{S}_{oML} \\ N_o = \hat{N}_{oML} \\ i = i_{ML}}} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial N_o} \Gamma(S_o, N_o, i) \Big|_{\substack{S_o = \hat{S}_{oML} \\ N_o = \hat{N}_{oML} \\ i = i_{ML}}} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

y de plantear el cociente \hat{S}_o / \hat{N}_o se arriba al estimador ML por la relación:

$$S \hat{N} R = \frac{N_s^2 \left| \frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} Re(z_k) \right|^2}{\frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} |r_k|^2 - N_s \left| \frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} Re(z_k) \right|^2}, \quad (5)$$

donde $z_k = r_k^* a_k^{(i)}$. En el caso de que se opere con una señal real, la relación (5) en forma resumida quedará como:

$$S \hat{N} R = \frac{N_s^2 \left[\frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} (r_k a_k^{(i)}) \right]^2}{\frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} r_k^2 - N_s \left[\frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} (r_k a_k^{(i)}) \right]^2} \quad (6)$$

Usualmente la estimación realizada por (5) y (6) es modificada para reducir el sesgo del estimador por $SNR' = S \hat{N} R (N_m - 3/2) / N_m$. Este estimador hace una estimación directa de la potencia total de la señal recibida y la potencia de la señal sin ruido. En [15] se propone una variación de esta estimación, se propone una nueva forma de estimar la potencia de ruido como:

$$\hat{N}_o = \frac{2}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} |Im(z_k)|^2 \quad (7)$$

y usando la misma forma para estimar la potencia de la señal en (5) se propone realizar de forma alternativa la estimación por:

$$S \hat{N} R = \frac{N_s^2 \left| \frac{1}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} (r_k a_k^{(i)}) \right|^2}{\frac{2}{N_m} \sum_{k=0}^{N_m-1} |Im(z_k)|^2} \quad (8)$$

El cálculo de la estimación de la relación señal a ruido obtenido por la relación (8) implica menos multiplicadores y sumadores reales que los requeridos al obtener la estimación por la relación (5). Además en [15] se muestra que el uso de la expresión (8) para obtener la estimación del parámetro resulta de mayor precisión que la estimación obtenida por (5), sobre todo para bajos niveles de SNR.

En relación con la conformación de la forma de onda a transmitir, si se usan datos pilotos para la conformación de a_k el estimador se clasifica por DA (*Data Aided*) o ML-DA. Si se obtiene a_k en la etapa de decisión del MF (*Matched Filter*) se habla de un estimador DD (*Decision-Directed*) o ML-DD, el cual presenta una degradación para bajos niveles de SNR. Hay que tener en cuenta que tanto el estimador ML-DA como el estimador ML-DD son estimadores en los que se necesita conocer el esquema de modulación empleado. Estos operan después de la demodulación de los datos, es decir, estiman sobre la señal en banda base.

2.2. Estimador de la SNR basado en momentos

Los momentos de segundo y cuarto orden, definidos estadísticamente, son también empleados en la estimación de la SNR. Esta variante fue introducida por Benedict y Song en 1967. En [14] se hace una comparación de varios estimadores para señales MPSK entre las que se incluye el estimador de SNR basado en momentos de segundo y cuarto orden, presentando una buena precisión sobre todo para altos niveles de SNR. También se han desarrollado métodos basados en momentos de orden superior (sexto, octavo y décimo) en [18], [19] y [20] para mejorar la precisión del estimador basado en momentos de segundo y cuarto orden, identificado en la literatura científica por las siglas M_2M_4 .

El estimador basado en momentos de segundo y cuarto orden se obtiene al resolver un sistema de ecuaciones obtenido a partir del cálculo de los momentos estadísticos de segundo y cuarto orden de la señal y_i obtenida a la salida del MF (*Matched Filter*) en el esquema de la figura 1. En este estimador se asume independencia estadística entre las componentes de señal y ruido. Suponiendo que M_k es el momento de orden k de y_i a la salida del MF. Entonces el momento de orden dos se puede establecer por:

$$M_2 = E \{y_i y_i^*\} = S_o E \{|a_i|^2\} + \sqrt{S_o N_o} E \{a_i w_i^*\} + \sqrt{S_o N_o} E \{a_i^* w_i\} + N_o E \{|w_i|^2\} \quad (9)$$

En el caso del momento de orden cuatro, este se puede determinar por:

$$\begin{aligned} M_4 = E \{(y_i y_i^*)^2\} = & S_o^2 E \{|a_i|^4\} + \\ & 2S_o \sqrt{S_o N_o} * (E \{|a_i|^2 a_i w_i^*\} + E \{|a_i|^2 a_i^* w_i\}) \\ & + S_o N_o * (E \{(a_i w_i^*)^2\} + 4E \{|a_i|^2 |w_i|^2\} + \\ & E \{(w_i a_i^*)^2\}) + 2N_o \sqrt{S_o N_o} * (E \{|w_i|^2 a_i w_i^*\} + \\ & E \{|w_i|^2 a_i^* w_i\} + N_o^2 E \{|w_i|^4\} \end{aligned} \quad (10)$$

donde w_i representa las muestras de ruido filtradas separadas por símbolos dada por:

$$w_i = w_k|_{k=iN_s} \quad (11)$$

Asumiendo que la señal y el ruido son procesos aleatorios independientes, y que las componentes en fase y cuadratura del ruido también son independientes, se deduce que las expresiones (9) y (10) se reducen a:

$$M_2 = S_o + N_o \quad (12)$$

$$M_4 = k_a S_o^2 + 4S_o N_o + k_w N_o^2 \quad (13)$$

Donde $k_a = \frac{E\{|a_i|^4\}}{E\{|a_i|^2\}^2}$ y $k_w = \frac{E\{|w_i|^4\}}{E\{|w_i|^2\}^2}$, representan la curtosis de la señal y la curtosis de ruido respectivamente. Para ruido real $k_w = 3$ y para ruido complejo $k_w = 2$, mientras k_a depende del tipo de modulación empleada, por ejemplo para MPSK $k_a = 1$ y para MQAM $k_a = 1 + 2/5[1 - 3/(M - 1)]$ [21]. Resolviendo el sistema para hallar S_o y N_o a partir de las expresiones (12) y (13) se obtiene:

$$\hat{S}_o = \frac{M_2(k_w - 2) \pm \sqrt{(4 - k_a k_w)(M_2)^2 + M_4(k_a + k_w - 4)}}{k_a + k_w - 4} \quad (14)$$

$$\hat{N}_o = M_2 - \hat{S}_o \quad (15)$$

De esta forma, la relación señal a ruido queda determinada por la expresión:

$$S\hat{N}R = \frac{\frac{M_2(k_w - 2) \pm \sqrt{(4 - k_a k_w)(M_2)^2 + M_4(k_a + k_w - 4)}}{k_a + k_w - 4}}{M_2 - \frac{M_2(k_w - 2) \pm \sqrt{(4 - k_a k_w)(M_2)^2 + M_4(k_a + k_w - 4)}}{k_a + k_w - 4}} \quad (16)$$

El estimador formado por la relación (16) al resolver el sistema es denominado estimador M_2M_4 . Se debe seleccionar la raíz positiva en la expresión (14) a modo de obtener un valor positivo de \hat{S}_o . A partir de esta expresión se puede obtener una estimación de la potencia S_o de la señal sin ruido, asumiendo previamente que las componentes de señal y ruido son procesos estadísticamente independientes.

Para y_i real, $M_2 = E\{|y_i|^2\}$ es equivalente a (12), pero $M_4 = E\{|y_i|^4\}$ está dado por:

$$M_4 = k_a S_o^2 + 6S_o N_o + k_w N_o^2 \quad (17)$$

En la práctica los momentos M_2 y M_4 para determinar los valores de \hat{S}_o y \hat{N}_o en (14) y (15) son hallados por sus respectivos promedios en el tiempo, tanto para el caso complejo como para el caso real por las relaciones:

$$M_2 \approx \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} |y_i|^2 \quad (18)$$

$$M_4 \approx \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} |y_i|^4 \quad (19)$$

En los algoritmos de estimación de la SNR basados en momentos se supone conocida la modulación empleada para el cálculo de k_a . Aunque en este trabajo se ha descrito el método a la salida del filtro adaptado, el estimador M_2M_4 puede ser empleado para estimar la SNR tanto para señales en banda base como para señales paso banda. Definiendo en este último caso el parámetro $k_a = 1,5$ para señales de envolvente constante.

2.3. Estimador de SNR basado en la relación señal-varianza (SVR)

El estimador SVR es un estimador de la SNR basado en momentos, aunque este es tratado fuera de la familia de los estimadores mencionados en la sección anterior [22]. Este estimador NDA (*Non Data Aided*) fue diseñado para la estimación de potencia de ruido en canales con AWGN para modulaciones MPSK. En [14] se hace una comparación de varios estimadores para señales MPSK entre las que se incluye el método SVR. Este es bastante similar al estimador basado en momentos de segundo y cuarto orden (M_2M_4), pues se obtiene mediante la resolución de un sistema de ecuaciones, obtenido mediante un procedimiento bastante parecido. El estimador SVR es una función del parámetro β dado por:

$$\beta = \frac{E\{(y_i y_i^*)(y_{i-1} y_{i-1}^*)\}}{E\{(y_i y_i^*)^2\} - E\{(y_i y_i^*)(y_{i-1} y_{i-1}^*)\}} \quad (20)$$

El término $E \{ (y_i y_i^*)^2 \}$ representa el momento de cuarto orden dado por M_4 al igual que en el estimador $M_2 M_4$ dado por (13) en la Sección 2.2. El otro término en (20) se simplifica a:

$$E \{ (y_i y_i^*) (y_{i-1} y_{i-1}^*) \} = S_o^2 + 2N_o S_o + N_o^2 \quad (21)$$

Tomando en cuenta la independencia estadística entre las muestras de señal y ruido, escribiendo $SNR = S_o/N_o$; y sustituyendo (21) y (13) en (20) resulta:

$$\beta = \frac{SNR^2 + 2SNR + 1}{k_a(SNR^2) + 2SNR + (k_w - 1)} \quad (22)$$

Finalmente, despaizando SNR de la relación anterior se obtiene el estimador SVR para un canal complejo:

$$S\hat{N}R = \frac{(\beta - 1) \pm \sqrt{(\beta - 1)^2 - [1 - \beta(k_a - 1)][1 - \beta(k_w - 1)]}}{1 - \beta(k_a - 1)} \quad (23)$$

El estimador SVR presenta cierta similitud con el estimador $M_2 M_4$, pues en este último se obtiene la estimación del parámetro SNR a través de una expresión que depende de los momentos estadísticos de segundo y cuarto orden de la señal recibida. Mientras el estimador SVR se obtiene a través de la expresión (23), la cual depende del parámetro β , que a su vez depende de los momentos de cuarto y segundo orden de la señal recibida en un instante de tiempo dado, así como del momento de segundo orden de la señal recibida en un intervalo de tiempo de símbolo antes. Como se indicó en la Sección 2.2, $k_w = 2$ en un canal con AWGN complejo, mientras que k_a depende del tipo de modulación empleada, por ejemplo para MPSK $k_a = 1$ y para MQAM $k_a = 1 + 2/5[1 - 3/(M - 1)]$. Por lo que la ecuación (23), tomando la raíz positiva se simplifica a:

$$S\hat{N}R = \beta - 1 + \sqrt{\beta(\beta - 1)} \quad (24)$$

Para un canal real:

$$\beta = \frac{E \{ y_i y_{i-1}^2 \}}{E \{ y_i^4 \} - E \{ y_i^2 y_{i-1}^2 \}} \quad (25)$$

donde $E \{ y_i^4 \}$ está dado por (17) y $E \{ y_i^2 y_{i-1}^2 \}$ se simplifica a (21). Substituyendo (21) y (17) en (25) se obtiene el estimador del parámetro SNR para un canal real por:

$$S\hat{N}R = \frac{(2\beta - 1) \pm \sqrt{(2\beta - 1)^2 - [1 - \beta(k_a - 1)][1 - \beta(k_w - 1)]}}{1 - \beta(k_a - 1)}, \quad (26)$$

En la práctica el valor de β es calculado tanto para un canal complejo como para un canal real por:

$$\beta = \frac{\frac{1}{N_s - 1} \sum_{n=1}^{N_s - 1} |y_i|^2 |y_{i-1}|^2}{\frac{1}{N_s - 1} \sum_{n=1}^{N_s - 1} |y_i|^4 - \frac{1}{N_s - 1} \sum_{n=1}^{N_s - 1} |y_i|^2 |y_{i-1}|^2} \quad (27)$$

El estimador SVR es menos preciso que el $M_2 M_4$ y más complejo computacionalmente. En [22] es presentada una variación en el cálculo de β que permite mejorar el rendimiento para bajos niveles de SNR, pero solamente para modulación QPSK. Para llevar a cabo la estimación de la SNR mediante el algoritmo SVR se debe conocer la modulación empleada para el cálculo de k_a . Este estimador es empleado solamente para señales en banda base.

2.4. Estimador de SNR basado en la estimación de momentos en símbolos divididos (SSME)

El método basado en la estimación de momentos en símbolos divididos es un algoritmo convencional NDA (*Non Data Aided*) de estimación de la SNR en sistemas de modulaciones digitales [14]. En este método se

aprovecha la propiedad de que las muestras de una señal en un intervalo de símbolo están correlacionadas, mientras que las muestras de ruido no lo están [10]. La formulación original del algoritmo desarrollado por Simon y Mileant en [23] asume modulación BPSK en un canal de banda ancha con AWGN real. En [24] se generalizó el algoritmo SSME para un canal con AWGN complejo y para cualquier índice de las modulaciones MPSK, con un rendimiento independiente del valor de M . Este método presenta la restricción de que el algoritmo es aplicado en un intervalo de tiempo donde la señal fuera simétrica, conociendo el tiempo de símbolo.

En [10] el método original SSME, el cual se denotará como SSME-convencional, fue modificado y no necesariamente debe ser aplicado en un intervalo simétrico de la señal, lográndose además una mejor precisión. El método propuesto en [10], el cual se denotará como SSME-modificado, es desarrollado para señales en banda base y para señales paso banda. En este estimador de la SNR también se supone conocido el tiempo de símbolo.

La señal recibida en un intervalo de símbolo, proveniente de un canal AWGN será:

$$r_k = s_k + v_k, \quad 1 \leq k \leq N_s \quad (28)$$

Denotando y_{ki} como la k -ésima muestra en el i -ésimo intervalo de símbolo. Dividiendo las muestras de la señal $\{y_{ki}\}_{k=1}^{N_s}$ en un i -ésimo intervalo de símbolo en dos grupos: las muestras impares $\{r_{(2k-1)i}\}_{k=1}^{N_s/2}$ y las muestras pares $\{r_{(2k)i}\}_{k=1}^{N_s/2}$. Asumiendo N_s par, para simplificar la notación, entonces la diferencia entre dos muestras adyacentes par e impar sería:

$$r_{(2k)i} - r_{(2k-1)i} = s_{(2k)i} - s_{(2k-1)i} + v_{(2k)i} - v_{(2k-1)i} \quad (29)$$

donde $s_{(2k)i}$ y $s_{(2k-1)i}$ son las dos muestras adyacentes de la señal, mientras $v_{(2k)i}$ y $v_{(2k-1)i}$ representan muestras de ruido. Asumiendo un sobremuestreo de la señal al inicio y por tanto alta correlación entre las muestras de la misma, entonces se puede establecer que la diferencia entre dos muestras consecutivas de la señal sin ruido es aproximadamente cero. Es decir, se puede decir que:

$$s_{(2k)i} - s_{(2k-1)i} \simeq 0 \quad (30)$$

Con lo cual, la relación (29) se puede simplificar por:

$$r_{(2k)i} - r_{(2k-1)i} \simeq v_{(2k)i} - v_{(2k-1)i} \quad (31)$$

Luego si se agrupan las muestras $\{y_{ki}\}_{k=1}^{N_s}$ de la señal recibida en el i -ésimo intervalo de símbolo y se calcula la diferencia entre cada par de muestras par e impar se estaría obteniendo ruido incorrelacionado solamente. Entonces la suma de las $N_s/2$ diferencias en el i -ésimo intervalo de símbolo viene dada por:

$$R_i = \sum_{k=1}^{N_s/2} (r_{(2k)i} - r_{(2k-1)i}) \simeq \sum_{n=1}^{N_s/2} (v_{(2k)i} - v_{(2k-1)i}) \quad (32)$$

La relación obtenida en (32) está conformada por muestras de ruido solamente, por lo que la potencia de ruido en el i -ésimo símbolo puede ser determinada como $|R_i|^2$.

El total de términos en (32) se define en un intervalo de tiempo $T = IN_s$, donde I es el número de símbolos observados y N_s el número de muestras por símbolo de cada símbolo observado. Con estas consideraciones, la potencia promedio del ruido total estimado en el intervalo de tiempo dado es:

$$\hat{N}_o = \frac{1}{IN_s} \sum_{i=1}^I |R_i|^2, \quad (33)$$

la potencia promedio $E_o = N_o + S_o$ de la señal recibida viene dada por:

$$\hat{E}_o = \frac{1}{IN_s} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{N_s} |r_k|^2 \quad (34)$$

y la potencia promedio de la señal S_o sin ruido es entonces:

$$\hat{S}_o = \hat{E}_o - \hat{N}_o \quad (35)$$

De esta forma, la estimación de la SNR se obtiene por la relación:

$$S\hat{N}R = \frac{\frac{1}{IN_s} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{N_s} |r_k|^2 - \frac{1}{IN_s} \sum_{i=1}^I |R_i|^2}{\frac{1}{IN_s} \sum_{i=1}^I |R_i|^2} \quad (36)$$

El algoritmo SSME-convencional fue inicialmente desarrollado para la estimación de la SNR en señales en banda base con el conocimiento previo del tiempo de símbolo. No obstante, modificaciones realizadas posteriormente permiten que SSME-modificado pueda ser aplicado tanto a formas de ondas de asociadas a esquemas de moduladores digitales como a señales en banda base. La aplicación de este algoritmo presenta el inconveniente de asumir conocido el tiempo de símbolo. Como ventaja con respecto a los otros algoritmos NDA (*Non Data Aided*) presenta la de tener un mejor rendimiento para bajos niveles de SNR.

3. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

En la literatura científica han sido empleados los algoritmos de estimación de la SNR descritos en las secciones anteriores para diferentes esquemas de modulación y en diferentes aplicaciones. El estimador M_2M_4 es empleado para modulaciones MDPSK, MQAM, APSK y MFSK, mientras el estimador SVR es solamente empleado para modulaciones de envolvente constante MFSK y MPSK, este es menos preciso que el M_2M_4 y más complejo computacionalmente. El estimador SSME-modificado es empleado para MPSK, MDPSK, MQAM, APSK y GMSK; y es el estimador NDA (*Non Data Aided*) más preciso para bajos niveles de SNR entre los estimadores mencionados en las secciones anteriores. Los estimadores DA (*Data Aided*) están extendidos para todos los esquemas de modulación, aunque en este artículo se ha descrito un método DA aplicado a modelos MPSK y MQAM.

Para analizar la precisión de los métodos se calculó el error cuadrático medio normalizado (NMSE, por sus siglas en inglés) definido por $NMSE(S\hat{N}R) = E[(S\hat{N}R - SNR)^2]/SNR^2$, donde SNR es el valor real de SNR en veces y $S\hat{N}R$ el valor estimado en veces. Esta métrica es muy utilizada para medir la calidad de un estimador, ya que el cálculo de la misma incorpora el sesgo y la varianza del estimador.

Para evaluar la complejidad computacional de los algoritmos se analizó el número de operaciones que se requieren para la implementación de los mismos. Se consideró la cantidad de operaciones que requiere llevar a cabo cada estimador a partir de un número igual de muestras analizadas.

En la figura 2 se puede observar el error cuadrático medio normalizado (ECMN) de estimaciones realizadas con los algoritmos ML-DA y ML-DD. En esta gráfica se puede observar como dicho error aumenta para la estimación realizada con el algoritmo ML-DD cuando aumenta la razón de bit erróneo (BER), acorde con la figura 3. Los métodos de estimación de la SNR asistidos por datos (DA) están extendidos para todos los esquemas de modulaciones.

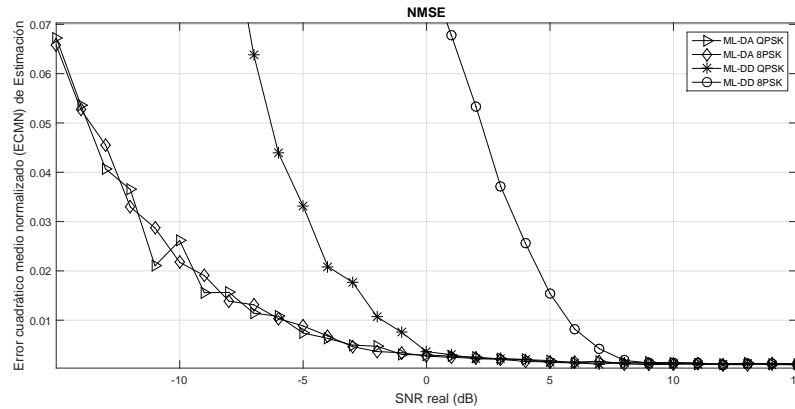


Figura 2: Error cuadrático medio normalizado de una estimación con ML-DD y ML-DA para varia señales.

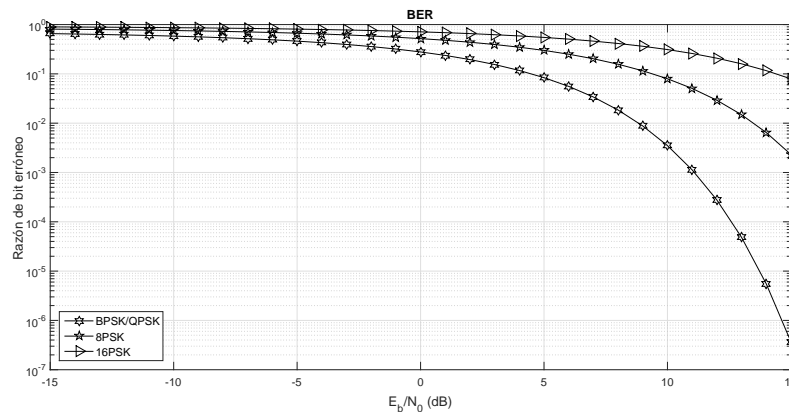


Figura 3: Probabilidad de bit erróneo P_b para varias señales.

En las figuras 4 y 5 se muestran los resultados de estimaciones realizadas con todos los algoritmos de estimación explicados en la Sección 2. En la figura 4 se puede observar como el valor medio de la estimación realizada por el algoritmo SSME-modificado se acerca más al nivel real de SNR en bajos niveles de SNR que los otros algoritmos NDA. En la figura 5 se muestra como evidentemente el algoritmo SSME presenta un error cuadrático medio normalizado menor que los otros métodos no asistidos por datos (NDA) para bajos niveles de SNR. En la figura 5 además se observa la alta precisión del algoritmo asistido por datos (DA) para bajos niveles de SNR. También se puede observar la degradación que sufren los métodos no asistidos por datos (NDA) y los métodos dirigidos por decisiones (DD) para estos bajos niveles de SNR en comparación con los métodos asistidos por datos (DA). Además se muestra como el algoritmo M_2M_4 es más preciso que el estimador SVR, presentando un ECMN menor que este último.

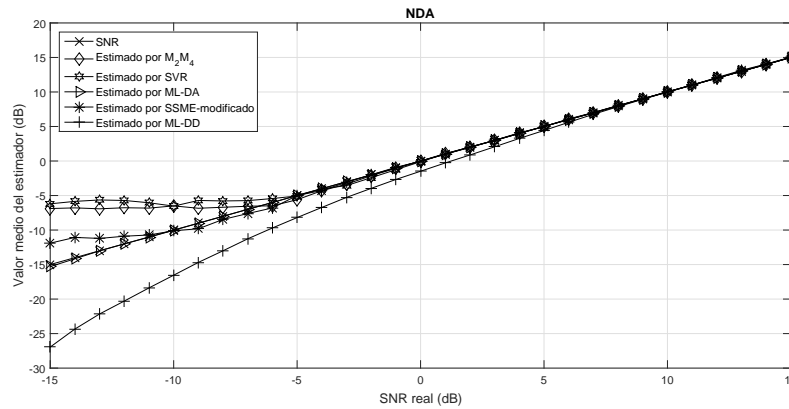


Figura 4: Valor medio de una estimación con los métodos SSME-modificado, ML-DA, ML-DD, SVR y M_2M_4 para una modulación BPSK en un canal real.

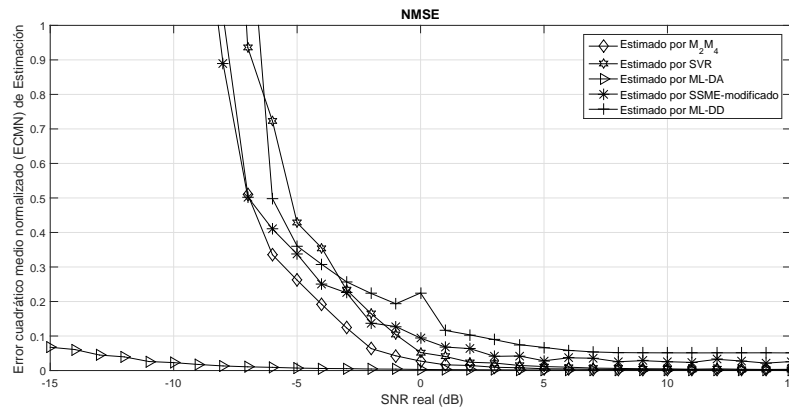


Figura 5: Error cuadrático medio normalizado de una estimación con los métodos SSME-modificado, ML-DA, ML-DD, SVR y M_2M_4 para una modulación BPSK en un canal real.

Analizando la complejidad de los métodos no asistidos por datos (NDA), en la tabla 1 se puede apreciar que SVR es el método de mayor complejidad computacional entre los NDA. Este algoritmo presenta más multiplicaciones y sumas que los algoritmos SSME y M_2M_4 para un número igual de muestras analizadas N_m .

Tabla 1: Complejidad computacional de los estimadores.

Estimador	Sumas	Multiplicaciones	Multiplicaciones Complejas
Estimador ML	$3IN_s + 1$	$2IN_s + 2$	IN_s
Estimador M_2M_4	$2IN_s + 3$	$3IN_s$	ninguna
Estimador SVR	$2IN_s - 1$	$6IN_s + 1$	ninguna
SSME-modificado	$I + IN_s + 2$	$2IN_s + K$	ninguna

4. CONCLUSIONES

Generalmente los algoritmos DA (*Data Aided*) son de alta precisión y baja complejidad computacional, a cambio de su ineficiencia espectral. Los algoritmos DD (*Decision Directed*) evaden la ineficiencia espectral que presentan los métodos DA, a cambio de ceder en precisión. No obstante, tanto en los DA que asumen conocida una secuencia de datos, como en los DD, es necesario conocer el tipo de modulación al demodular e identificar los datos, para llevar a cabo dicha estimación. Esto es una restricción fuerte en algunas técnicas de comunicaciones como el sensado de espectro y la identificación de modulación.

En los métodos NDA (*Non Data Aided*) explicados anteriormente se asume conocido el esquema de modulación empleado para llevar a cabo una correcta estimación y son un grupo de estimadores NDA de baja complejidad computacional. Como se observó el estimador SVR presenta un peor comportamiento que el estimador M_2M_4 para los mismos esquemas de modulación. El estimador SSME presenta el mejor rendimiento entre los NDA para bajos niveles de SNR, situación propia de la radio cognitiva. En próximos trabajos se pretende analizar la adaptabilidad de estos algoritmos de estimación de la SNR en ambientes donde no es conocida la forma de onda asociada a la modulación empleada, llevándose a cabo una estimación no asistida por el conocimiento de la modulación empleada. También se pretende analizar el desempeño de los algoritmos NDA descritos en modelos de canales con desvanecimiento.

REFERENCIAS

- [1] M. K. Simon and S. Dolinar, "Signal-to-Noise Ratio Estimation," in *Autonomous Software-Defined Radio Receivers for Deep Space Applications*, J. Hamkins and r. K. Simon, Eds. John Wiley & Sons, Inc., 2006, pp. 121–192, doi: 10.1002/9780470087800.ch6. [Online]. Available: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470087800.ch6/summary>
- [2] H. Al-Hmood, R. S. Abbas, A. Masrub, and H. S. Al-Raweshidy, "An estimation of primary user's SNR for spectrum sensing in cognitive radios," in *Third International Conference on Innovative Computing Technology (INTECH 2013)*, Aug. 2013, pp. 479–484.
- [3] G. Díaz and L. Miguel, "Determinación de la ocupación del espectro mediante detección de rasgos Cicloestacionarios," Thesis, Cujae.electrica.telemática, 2015. [Online]. Available: <http://tesis.cujae.edu.cu:8080/xmlui/handle/123456789/1026>
- [4] G. Basulto and J. Lázaro, "Estimación de la potencia de ruido para la detección de energía no cooperativa," Thesis, Cujae.electrica.telemática, 2015. [Online]. Available: <http://tesis.cujae.edu.cu:8080/xmlui/handle/123456789/1018>
- [5] G. Albertazzi, S. Cioni, G. E. Corazza, M. Neri, R. Pedone, P. Salmi, A. Vanelli-Coralli, and M. Villanti, "On the adaptive DVB-S2 physical layer: design and performance," *IEEE Wireless Communications*, vol. 12, no. 6, pp. 62–68, Dec. 2005.
- [6] A. Wang, H. Xu, and J. Ke, "NDA moment-based SNR estimation for envelope-based QAM," in *2012 IEEE 11th International Conference on Signal Processing*, vol. 2, Oct. 2012, pp. 1341–1344.
- [7] L. Chang, G. Y. Li, and J. Li, "SNR estimation via oversampling for SIMO communications with linear modulation," in *2015 IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing (ChinaSIP)*, Jul. 2015, pp. 586–590.
- [8] M. Zivkovic and R. Mathar, "Zadoff-Chu sequence based time-domain SNR estimation for OFDM systems," in *2014 IEEE 15th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, Jun. 2014, pp. 110–114.

- [9] C. Park, S. Lee, and J. Chang, "Shrinkage-based biased signal-to-noise ratio estimator using pilot and data symbols for linearly modulated signals," *IET Communications*, vol. 9, no. 11, pp. 1388–1395, 2015.
- [10] H. Shao, D. Wu, Y. Li, W. Liu, and X. Chu, "Improved signal-to-noise ratio estimation algorithm for asymmetric pulse-shaped signals," *IET Communications*, vol. 9, no. 14, pp. 1788–1792, 2015.
- [11] R. Yao, Z. Zeng, and P. Zhu, "A priori SNR estimation and noise estimation for speech enhancement," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2016, no. 1, p. 101, Sep. 2016. [Online]. Available: <http://asp.eurasipjournals.springeropen.com/articles/10.1186/s13634-016-0398-z>
- [12] Y. Fu, J. Zhu, S. Wang, and H. Zhai, "Robust Non-Data-Aided SNR Estimation for Multilevel Constellations via Kolmogorov-Smirnov Test," *IEEE Communications Letters*, vol. 18, no. 10, pp. 1707–1710, Oct. 2014.
- [13] R. López-Valcarce, J. Villares, J. Riba, W. Gappmair, and C. Mosquera, "Cramér-Rao Bounds for SNR Estimation of Oversampled Linearly Modulated Signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 7, pp. 1675–1683, Apr. 2015.
- [14] D. R. Pauluzzi and N. C. Beaulieu, "A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 10, pp. 1681–1691, Oct. 2000.
- [15] C. Yan, H. Wang, N. Wu, and J. Kuang, "Low Complexity SNR Estimation for Linear Modulations on AWGN Channel," in *Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2012 IEEE 75th*, May 2012, pp. 1–5.
- [16] Priale, "Señales y Sistemas, 2da Edición – Alan V. Oppenheim & Alan S. Willsky | FreeLibros," Feb. 2012. [Online]. Available: <https://www.freelibros.org/electronica/senales-y-sistemas-2da-edicion-alan-v-oppenheim-alan-s-willsky.html>
- [17] R. Gagliardi and C. Thomas, "PCM Data Reliability Monitoring Through Estimation of Signal-to-Noise Ratio," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 16, no. 3, pp. 479–486, Jun. 1968.
- [18] R. Lopez-Valcarce and C. Mosquera, "Sixth-Order Statistics-Based Non-Data-Aided SNR Estimation," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 351–353, Apr. 2007.
- [19] M. Alvarez-Diaz, R. Lopez-Valcarce, and C. Mosquera, "SNR Estimation for Multilevel Constellations Using Higher-Order Moments," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1515–1526, Mar. 2010.
- [20] S. Ghodeswar and P. G. Poonacha, "Tenth Order Envelope Moment Based SNR Estimation Technique Using Newton-Raphson Method for AWGN and Rician Channels," in *2015 International Conference on Communication, Information Computing Technology (ICCICT)*, Jan. 2015, pp. 1–6.
- [21] A. Stephenne, F. Bellili, and S. Affes, "Moment-based SNR estimation over linearly-modulated wireless SIMO channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 9, no. 2, pp. 714–722, Feb. 2010.
- [22] T. Salman, A. Badawy, T. M. Elfouly, T. Khattab, and A. Mohamed, "Non-data-aided SNR estimation for QPSK modulation in AWGN channel," in *2014 IEEE 10th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob)*, Oct. 2014, pp. 611–616.
- [23] M. K. Simon and A. Mileant, "SNR estimation for the baseband assembly Rep. 42-85,," *Jet Propulsion Lab, Pasadena, CA, Telecommunications and Data Acquisition Prog*, May 1986.



D. Pérez, J. Torres

TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO

- [24] S. Dan and G. Lindong, “A Blind SNR Estimation Algorithm for MPSK Signals,” Jun. 2006, pp. 375–379.